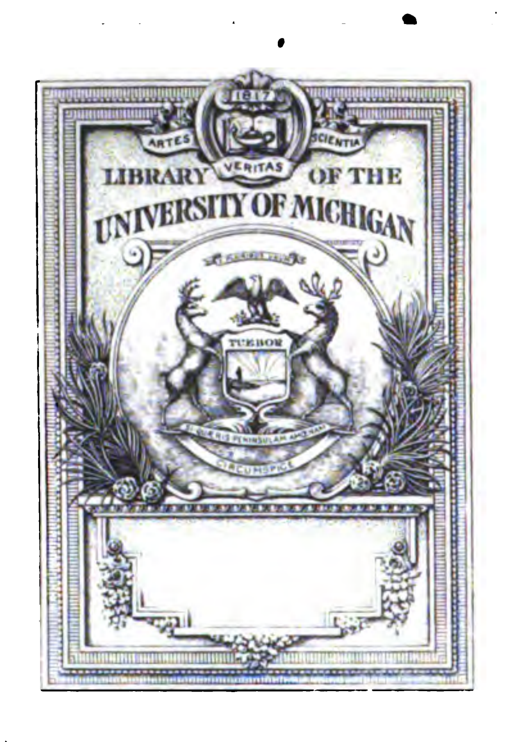



1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

LA GEOMETRIE PRATIQUE DE L'INGENIEUR, OU L'ART DE MESURER.

Ouvrage également necessaire aux Ingenieurs, aux Toiseurs & aux Arpenteurs.

Divisé en huit Livres, dont les Titres sont dans la Page suivante.

DEDIE'

A Monsieur de VAUBAN.

Imprimé aux dépens de l'Autheur.

A STRASBOURG,
Chez FRID. GUIL. SCHMUCK, Imprimeur du Roy & de Monseigneur le Cardinal.

M. DC. XCIII.

Clermont

Livre I. *Les Deffinitions Geometriques, avec la Pratique du Compas & de la Regle.* f. 1.

II. *La Trigonometrie démontrée & pratique.* f. 67.

III. *Le Nivellement ou la Maniere de se servir du Niveau.* f. 111.

IV. *Le Toisé démontré d'une Maniere simple & claire, ainsi qu'il est usité aujourd'huy parmy les Ingenieurs.* f. 129.

V. *La Planimetrie ou Maniere de lever les Plans & mesurer les Superficies,* f. 147.

VI. *La Stéreometrie ou Mesure des Solides.* f. 177.

VII. *Un Traité de la Charpente ou des Bois mis en œuvre dans les Bâtimens.* f. 197.

VIII. *Le Toisé particulier de chaque Piece qui sert à la construction d'une Forteresse.* f. 233.



A MONSIEUR DE VAUBAN,

LIEUTENANT GENERAL DES ARMEES DU ROY, SUR-INTENDANT GENERAL DES FORTIFICATIONS DE FRANCE, &c.



MONSIEUR!

PErsuadé que les Ouvrages qu'on donne au Public ne sont jamais mieux receus que quand ils ont été approuvés par les Maîtres de l'Art; je viens mettre celuy-cy sous Vôtre pro-

tection, & vous donnant par-là des preuves de la profonde veneration que j'ai pour Vòtre illustre Personne, faire en même temps concevoir bonne opinion de cette Geometrie pratique à ceux qui voudront s'en instruire à fond.

En effet, *MONSIEUR*! ces connoissances vastes & presque infinies qui Vous élevent si fort au dessus des plus sçavans Geometres qu'on admire aujourd'huy; cette longue & continuelle experience, qui dans l'attaque ou dans la fortification des Places, Vous a rendu l'Autheur d'une methode jusques à nos jours inconnuë; le rang distingué que le Roy Vous a donné dans ses Armées, dont SA MAJESTÉ sçait que Vous ménagez le sang avec tant de prudence; ce Genie sublime & pénétrant, qui Vous a fait par avance mettre nos Frontieres à couvert des insultes de toute l'Europe liguée depuis contre nous; ce zele infatigable que Vous avés pour la gloire de nòtre invincible Monarque; ce prodigieux nombre de forteresses cruës jusques icy imprenables, que Vous avés forcées plus par les principes d'une science, dont Vous seul avés

trouvé le ſecret, que par la force des armes; tant de places que Vous avés fortifiées, & de la moindre deſquelles nos Ennemis n'ont encore pû ſe rendre maîtres quelques efforts qu'ils ayent faits; ces actions de vigueur & de jugement que nos troupes & celles de nos Ennemis Vous ont veu faire en diverſes occaſions: Tout cela, diſ-je, *MONSIEUR*! joint à une infinité d'autres rares qualitez, qui par une eſpece de prodige ſe trouvent reünies en Vous dans le degré le plus eminent, me met hors de danger d'être ſoupçonné d'exageration ou de flatterie, & m'aſſeure en même temps, que ſi cet Ouvrage peut meriter vôtre approbation : étant à l'abry d'un auſſi grand Nom que le vôtre, je n'auray point à craindre pour luy la cenſure des Critiques les plus ſeveres & les plus rigides. Car enfin, *MONSIEUR*! quelle cenſure pourroit craindre un Geometre, aprés avoir obtenu le ſuffrage d'une Perſonne qui a comme Vous merité la confiance & les éloges du plus ſage comme du plus grand des Roys? ainſi que le juſtifie la Lettre ſuivante que SA MAJESTE' Vous écrivit de ſa

propre main lors que Vous luy eûtes soûmis Philipsbourg.

A Fontainebleau le 30 Octobre 1688.

VOus sçavés il y a long-temps ce que je pense de vous & la confiance que j'ay en vòtre sçavoir & en vòtre affection; croyés que je n'oublie pas les services que vous me rendés, & que ce que vous avés fait à Philipsbourg, m'est fort agreable. Si vous étes aussi content de mon Fils qu'il l'est de vous, je vous croy fort bien ensemble, car il me paroît qu'il vous connoît & qu'il vous estime autant que moy.

Je ne sçaurois finir sans vous commander absolument de vous conserver pour le bien de mon service. *LOUIS.*

A dire le vray, *MONSIEUR*! ce que le Prince le plus éclairé qui fut jamais Vous marque icy est bien plus à vòtre gloire que s'il Vous avoit fait dresser des Statuës ou élever des Arcs de triomphe; & tout ce que la reconnoissance des hommes a jamais inventé pour consacrer la memoire des Heros n'a rien qui en

approche. Aussi n'y avoit-il que, MONSEIGNEUR, ce digne Fils de LOUIS LE GRAND, qui pût aprés ce Monarque donner un second prix à vos importans services; c'est ce qu'il fit au Siege de Franckendal lors qu'il ordonna ce qui suit.

LOUIS DAUPHIN.

ORDONNONS au Sieur Marquis de la Frezelliere, Lieutenant General des Armées du Roy Nôtre trés-honoré Seigneur & Pere, & commandant l'Artillerie de cette Armée, de remettre incessament au Sieur de Vauban, aussi Lieutenant General des Armées du Roy Nôtre trés-honoré Seigneur & Pere, & Sur-Intendant des Fortification de France, quatre Pieces de Canon à son choix du calibre, à prendre dans les Arcenaux de Manheim, de Heidelberg ou de Philipsbourg; lesquelles Pieces de Canon Nous luy accordons pour luy marquer l'estime particuliere que nous faisons de son merite singulier & la satisfaction que Nous avons des signalés servi-

ces qu'il a rendus au Roy Nôtre-dit trés-honoré Seigneur & Pere pendant cette Campagne dans l'Armée qui étoit sous Nos Ordres en Allemagne. Fait double au Camp devant Franckendal le 19. Novembre 1688. *LOUIS.*

Souffrés, *MONSIEUR!* que je m'arrête icy, ne pouvant rien dire qui ne fût infiniment au dessous de ces deux Panegiriques; il ne me reste plus que de Vous supplier trés-humblement de recevoir ce Livre comme une marque de la passion la plus ardente & la plus respectueuse avec laquelle je suis,

MONSIEUR!

Vôtre trés-humble & trés-obéissant Serviteur,
CLERMONT.

PREFACE.

ON Sera peutêtre surpris que j'entreprenne de mettre au jour un traité de Geometrie pratique, dans un temps ou cette matiere paroît avoir été épuisée. En effet on a imprimé tant de Livres touchant cette partie des Mathematiques depuis environ vingt ans, & de si sçavans hommes nous ont fait part du fruit de leurs veilles & de leur experience, qu'il semble que ce soit une temerité à moy, de vouloir exposer mes pensées aux yeux du public aprés ces grands maîtres. Mais je prie le Lecteur de surseoir son jugement jusques à ce qu'il ait parcouru cet ouvrage, & de ne pas condanner mon dessein avant que d'en être instruit. Ie ne luy demande rien en cela qui ne soit trés juste, car, outre qu'un jugement anticipé est d'ordinaire peu equitable, c'est que les personnes qui ne s'entêtent pas de leurs premieres conceptions, sont obligez de reconnoître aprés avoir lu un Livre, qu'ils ont eu tord de le condanner sur l'idée que leur en avoit fait concevoir le titre, lors que c'est comme en celuy cy la seule chose par laquelle il ressemble à ceux qui ont déja été faits sur le même sujet.

I'ay remarqué plusieurs fois que de ceux qui nous ont donné des Geometries pratiques, il y en a beaucoup qui se sont attachez à ne point sortir de certaines routes, qu'ils s'étoient prescrites peutêtre plûtost par affectation, que dans le dessein de se rendre utiles à leur lecteur. Car ou ils divisé la Toise, ou la Perche, ou quelqu'autre mesure dont ils se sont servis, en un certain nombre de parties égales, inconnuës aux Ingenieurs, aux Arpenteurs, & aux Toiseurs. Ou bien ils se sont voulu servir d'Instruments geo-

metriques dans toutes sortes d'occasions, ce qui a rendu leurs Methodes embarassantes & inutiles pour la pratique.

D'autres nous ont voulu faire passer sous le titre specieux de Geometrie pratique, un amas confus de pratiques de compas, accompagnées de plusieurs figures beaucoup plus capables d'arrêter les yeux, que propres à satisfaire l'esprit de ceux qui cherchent à s'instruire. Ainsi on peut dire que si ces Auteurs avoient eu le dessein de nous faire bien comprendre ce que c'est que Geometrie, ils ne nous auroient pas donné des divisions de Lignes, & d'Angles, pour un mesurage.

Plusieurs ont établi de grands principes dans leurs Geometries, mais ils n'ont pas daigné s'abaisser jusques à en faire voir la justesse & la necessité, par une pratique proportionnée à la capacité de leur lecteur; supposant qu'il tireroit de luy même les consequences qui doivent servir à éclaircir ses doutes, & à lever les difficultez qu'il peut rencontrer. Cependant il est certain que ces celebres écrivains qui parlent en maîtres de l'art, ne sont entendus que par des personnes déja beaucoup avancées dans les Mathematiques, & que ceux qui n'en ont point de connoissance, ou qui n'y ont pas encore fait beaucoup de progrez, se rebutent dés les premieres pages; ou se trouvent aussi peu éclairez au bout de leur lecture, qu'ils l'étoient en la commençant.

D'autres ne nous proposent dans leurs écrits qu'une partie de la Geometrie, encore ne font ils qu'effleurer la difficulté, passant trés legerement sur châque Problême, soit qu'ils ne possedent pas assez la matiere qu'ils traitent, soit qu'ils n'ayent pas voulu se donner la peine de la mettre par écrit. De sorte qu'il faut avoir pour ainsi dire une Biblioteque de livres de Geometrie pratique, pour aprendre à mesurer un peu juste toutes sortes de figures.

Or pour éviter de tomber dans les inconveniens que je viens de marquer, je diray en premier lieu que je me suis servy dans tous les mesurages que je propose icy, de la Toise divisée en Piés, en Pouces, & en Lignes, comme étant la mesure la plus connuë en France, non seule-

seulement pour ce qui concerne les Fortifications, & les autres travaux que le Roy fait faire, mais encore pour les ouvrages des particuliers, excepté l'Arpentage, dans lequel on se sert de la Perche.

Je donne autant de figures qu'il en faut, pour l'intelligence des Problêmes que je propose. Mais elles sont toutes simples & sans enjolivement, parce que je n'ai pas voulu que l'industrie & la peine d'un Graveur, à quoy je n'aurois point eu de part, augmentât le prix de mon Livre.

Je n'ai étably de principes de Geometrie speculative, que les quatre Theoremes, sur lesquels toute la Trigonometrie est fondée, afin d'en faire connoître la certitude, parce que cette partie de la Geometrie n'est pas si sensible que les autres; Il est vrai que j'ai démontré quelques autres propositions dans mon Livre, mais ce n'a été qu'en passant, & pour prouver des choses qui paroissent extraordinaires dans leur solution; je cite pourtant à la fin de la plupart des Problêmes, les propositions d'Euclide ou d'Archimede dont ils dérivent.

On ne m'accusera pas au moins avec justice, de n'avoir proposé la difficulté qu'à demy. Car je puis dire que si j'ay peché en quelque chose, c'est plûtost par excés que par deffaut; Mais ce qui m'a obligé d'en user de la sorte, c'est que l'experience m'a convaincu, depuis prés de sept ans que j'ai l'hôneur d'enseigner une partie de l'art militaire, à l'une des plus celebres Compagnies de Noblesse qui soit en France, qu'on ne peut trop descendre dans le détail des matieres qui sont traitées dans ce Livre.

Je pense donc n'avoir rien obmis de tout ce qui est necessaire à un bon traité de Geometrie pratique; de sorte que ce Livre seul est suffisant pour en donner non seulement une idée distincte, mais encore pour la posseder à fonds & j'espere que le Lecteur en sera convaincu par le plan que je vais luy en faire.

J'ay toûjours été fort persuadé que le Roy ne m'entretenoit dans l'employ que j'ai, que pour donner de bons Principes aux Gentilshommes

Cadets qu'on tire de cette Compagnie, pour être employez sur les travaux. Or j'ai remarqué dépuis longtemps que ces Messieurs ont besoin d'être instruits à fonds du moins sur l'Arithmetique & sur la Geometrie. A l'égard de la premiere, outre les leçons fort amples que j'en fais chaque jour; j'en ai encore donné un petit traité dont le seul deffaut est d'avoir été imprimé chés un Libraire dont le Compositeur n'entend point le françois. Et pour ce qui est de la seconde, c'est pour en donner une entiere connoissance que j'ai composé cét ouvrage; je le divise en huit Livres.

Dans le premier aprés les definitions que j'explique d'une maniere assés claire, je donne la pratique du compas avec la regle, tant pour les Lignes, les Angles, les Cercles, les Ovales, les Elipses, les Paraboles, & les Hiperboles, que pour la construction de toutes sortes de Polygones reguliers & irreguliers sur une ligne droite, & pour l'inscription & la circonscription des figures dedans & au tour de quelqu'autre. Dela je passe au changement, à l'augmentation, & à la division des Figures; Mais je ne donne partout que des exemples qui peuvent être d'usage, sans m'arrêter à des questions qui ne peuvent servir qu'à tourmenter l'esprit de ceux qui ne s'en sont pas formez la difficulté d'eux mêmes.

Le second Livre qui contient la Trigonometrie commence par la demonstration des quatre Theoremes qui en sont la base; aprés quoy ayant tiré quelques Corollaires de ces quatre principes, j'applique le tout à la pratique du mesurage des lignes supposées inaccessibiles, tant par le moyen des Instrumens geometriques & des tables de sinus que sans leur secours, affectant même assez de m'en passer, parce que l'experience m'a fait connoître que la Toise & les Piquets sont moins embarassans, & ne laissent pas d'être justes sur le terrein; Ce n'est pas pourtant que quand un instrument geometrique est bien divisé & qu'on le sçait manier comme il faut, il ne soit d'un trés grand secours; je me sers d'ordinaire de la Planchette, de l'Equere, & du Demy cercle

comme

comme étant les plus simples. Enfin je conclus ce second livre par la maniere de dresser la Carte d'un païs.

Le troisiême contient le Nivellement. C'est dans ce Livre ou aprés avoir expliqué ce qu'on entend par ligne de niveau, & parlé de tous les obstacles qui peuvent arriver en nivellant, soit dela part de l'instrument dont on se sert, soit de celle des refractions causées par les vapeurs de la terre; j'entre dans la pratique, ou je donne la maniere de resoudre tout ce qu'on peut proposer dans l'art de niveller, de même que de corriger le deffaut qui arrive par la difference que les coups du niveau apparent ont par dessus le vrai niveau.

Dans le quatriême Livre j'explique les principes du Toisé, & j'ose dire que c'est d'une maniere si simple & si naturelle, qu'il ne faut que les lire pour en être convaincu. Ie me suis attaché au toisé moderne, parce que la pluspart des Ingenieurs s'en servent; Outre qu'il est beaucoup plus facile que l'ancien, à cause que les Lignes y sont parties alliquottes faciles du Pouce, les Pouces du Pié, & les Piés de la Toise, & que d'ailleurs les payemens des ouvrages qui se font à la Toise, sont beaucoup moins embarassans.

Le cinquiême traite de la Planimetrie, ou maniere de lever les plans & mesurer les superficies. Or comme ce Livre est le fondement de celuy qui le suit, ou pour mieux dire de tout le mesurage des espaces, je m'aplique particulierement à éclaircir tout ce qui pourroit y causer quelque difficulté, de sorte que les figures superficielles tant planes que courbes y sont expliquées à fonds & par le menu.

La Stereometrie, ou mesure des Corps solides, fait le sujet du sixiême Livre, dans lequel je donne des pratiques claires & faciles, pour avoir le contenu de toutes sortes de Corps. Je ne me contente pas de proposer un seul exemple sur un Problême, j'en donne souvent trois, qui servent à se prouver reciproquement.

 Le

Le septième traité de la Charpente, c'est à dire du bois mis en œuvre dans les Bâtimens. Ie commence ce Livre par l'explication des noms des pieces, & je les ai mis par ordre alphabetique pour les faire trouver plus facilement; Aprés quoy ayant dit quelque chose par occasion, de ce qu'on doit observer dans le choix des bois, à l'égard de leur qualité, de leur âge, & de leur coupe, je passe à la maniere de les toiser. Ie propose pour cet effet quatre methodes differentes, mais également bonnes & faciles, servant à se prouver reciproquement toutes quatre. Cela fait j'enseigne une pratique aisée pour reduire la Poutrelle à cinq Pans en solives; Puis ayant donné des devis de Charpente, non seulement pour les Murs de cloison, Pans de bois, Escaliers, Planchers, & Combles, mais encore pour les Ponts; je finis ce Livre par le toisé de tous ces ouvrages dans le détail desquels je suis un peu descendu, parce que la matiere en vaut la peine.

Enfin je propose dans le huitième & dernier Livre, le toisé de toutes les pieces particulieres qui servent à la construction d'une forteresse. Ainsi ayant dit de quelle façon on doit mesurer un Atelier, j'explique une nouvelle methode de toiser les ouvrages qui ont du talus, laquelle est non seulement facile, mais trés seure comme je le démontre, je l'applique ensuite au mesurage des terres des Ramparts, Fossez, Parapets avec leur Banquette, Glacis, Rampes, Barbettes, Cavaliers, & Traverses, de même qu'au toisé de la grosse Maçonnerie, c'est à dire aux revetissements des Ramparts, au Mur de l'exterieur du Parapet, aux flancs à orillon, aux Redoutes, & autres pieces de Fortification. Aprés cela j'enseigne la maniere de toiser les Contreforts, le Gazonnage, ou Placage, les Palissades, les Murs des corps de Cazerne, les Escaliers maçonnés, les Cheminées, les Lambris, les Couvertures, les Murs de Clôture, les Puits, les Voutes, les Magazins à poudre, les Soûterreins, les Ecluses, les Batardeaux, & plusieurs

plusieurs autres ouvrages. Ie puis dire que ce Livre est celuy qu'un Ingenieur doit le mieux posseder, ce qui seroit pourtant assés difficile à moins qu'il n'eut une intelligence plus que mediocre de ceux qui le precedent, principalement des quatre, cinq, six, & sept.

L'envie de passer pour Auteur ne m'a point engagé à écrire; Car je n'ai pas assés d'amour propre, pour croire que je me puisse jamais acquerir quelque reputation par cette voye. Mon seul but est d'être utile au service du Roy, en donnant de bons principes à ceux pour l'instruction desquels Sa Majesté m'entretient. Si d'autres personnes que Messieurs les Cadets Gentilshommes, pouvoient neantmoins tirer quelque fruit de la lecture de mon Livre, je serois ravy de leur avoir fourny le moyen de mesurer juste sans beaucoup de peine.

Si le public approuve cette Geometrie pratique, je pourrai luy donner un traité de Fortification, qui n'est peutêtre pas indigne de voir le jour. Mais si je n'ai pas reussi dans le dessein que j'avois, & que cette Geometrie ne se trouve pas aussi entiere & aussi exacte que j'esperois quelle fût; j'aurai du moins la satisfaction d'en avoir formé le Projet, ce qui pourra peut être engager quelqu'un de nos sçavans à l'executer, afin que ceux qui sont employez au mesurage, ne soient pas obligez de parcourir tant de Livres.

Ceux qui ne cherchent que la politesse du langage dans un Livre, ne trouveront pas dequoy se satisfaire icy. Car cette matiere n'est pas d'elle même fort susceptible d'un beau tour; d'ailleurs je ne fais pas profession de chercher la cadance des Periodes, persuadé que je suis que c'est la moindre beauté d'un Livre de Geometrie, aussi me suis je beaucoup plus attaché de rendre cet ouvrage intelligible & instructif qu'à le remplir de termes choisis.

Quand

Quand à ce qui concerne l'Orthographe, on remarquera peutêtre que j'ôte quelques lettres ou il ne le faudroit pas, & que j'en laisse d'autres en des endroits où elles ne devroient pas être. Mais ceux qui nous servent de Guides dans nôtre langue, sont si peu d'accord entr'eux sur cette matiere, que de quelque façon qu'on trouve que j'aye failly, je suis seur que j'ai d'habiles gens pour garands.

Si je blâme quelques methodes que je crois n'être pas justes, ainsi qu'on le peut voir aux remarques, ou aux avertissemens que j'ai donnez, je proteste que ce n'est que dans la seule veuë de tirer d'erreur ceux qui travaillent sur de faux principes.

Chaque partie de ce traité est suivie des Planches ou sont les figures, qui servent à l'intelligence des propositions qui y sont contenuës. J'en ai usé ainsi pour éviter la confusion, & pour donner lieu à ceux qui ne voudront voir qu'un seul livre de ne point parcourir les autres. D'ailleurs ces planches sont disposées de maniere qu'en lisant on pourra toûjours avoir celle qu'on voudra devant les yeux.

AVERTISSEMENT.

Ceux qui veulent profiter de la lecture d'un Livre de Geometrie pratique, ne le doivent lire que le Compas & la Regle à la main, afin de faire les figures en lisant, parce que de cette maniere les choses qui y sont contenuës s'impriment beaucoup mieux dans l'idée.

Il y a un tel enchaînement dans toutes les parties qui composent ce volume, que difficilement peut on bien concevoir les dernieres, sans avoir une connoissance plus que mediocre de celles qui les précedent, ainsi je conseille à ceux qui ne savent pas les elemens d'Euclide, de s'attacher à la pratique du Compas avant de passer à la lecture des autres parties.

Je dois avertir icy que la plupart des Problemes étant suivis de plusieurs cas qui en dépendent, je les ai distinguez par 1. 2. 3. &c. ce que je n'ai pas crû devoir faire aux figures des Planches, parce que j'y ai fait marquer le nombre du Probleme qu'elles expliquent à la premiere figure de châcun.

TRAITÉ DE GEOMETRIE-PRATIQUE.

LIVRE PREMIER.

Definitions.



Oint Mathematique, est cequi n'a aucunes parties. C'est à dire, que, Ceque nous concevons indivisible, & qui n'a ni Longueur, ni Largeur, ni Epaisseur, peut être pris pour un Point mathematique. Il est vray que dans la pratique de la Geometrie, nous prenons le Point sensible, au lieu du Point mathematique: parcèque nos sens ne peuvent rien découvrir que par rapport à sa matiere.

II. *Ligne Mathematique*, est une Longueur sans Largeur & sans Epaisseur. C'est à dire, que nous ne considerons dans la Ligne mathematique que *l'Etendue* en Longueur: comme effectivement on n'y doit rien considerer

autre chose. Car, bien que dans la pratique nous ne puissions pas tirer une Ligne qui n'ait une Largeur & une Epaisseur déterminée; neantmoins nous n'y considerons que la seule Longueur.

III. *Superficie* ou *Surface* est une Quantité qui s'étend en Longueur & en Largeur, sans aucune Epaisseur. Ainsi, lorsque nous considerons un objet de quelle nature qu'il soit, la premiere chose qui se présente à nos yeux est sa Superficie, c'est à dire le dessus, qui n'en est à proprement parler que l'accident.

IV. *Solide* ou *Corps* est une Quantité qui s'étend en Longueur, en Largeur, & en Epaisseur ou Pronfondeur. L'on peut dire que toutes les choses visibles, de quelle nature qu'elles soient, sont des Corps. Car on n'en trouvera aucune qui n'ait les trois parties de la Quantité continuë permanente, c'est à dire de l'étenduë.

Il y a des Corps reguliers, & il y en a d'irreguliers, comme on le verra dans la suite.

Remarque.

J'ay crû devoir donner les Definitions de la Superficie & du Corps, ou Solide, avant que d'expliquer les suivantes : tant pour n'être pas obligé de les faire anticiper les unes sur les autres, que pour bien concevoir celle qui suit.

V. *Terme* est cequi borne une Quantité. Ainsi l'Etenduë en Longueur, c'est à dire la Ligne, est terminée par des

des Points. Si cette Ligne est mathematique, ces Termes seront des Points mathematiques : & si elle est sensible, ces Termes seront des Points sensibles.

L'Etenduë en Longueur & Largeur, c'est à dire la Superficie ou Surface, est terminée par des Lignes.

L'Etenduë en Longueur, Largeur & Epaisseur, c'est à dire le Corps ou Solide, est terminée par des Superficies ou Surfaces.

Ayant dit dans la seconde Definition, que la Ligne étoit une Longueur, sans Largeur & sans Epaisseur, je remarqueray icy qu'il y en a de trois sortes, qui sont : La Ligne *droite*, la Ligne *courbe*, & la Ligne *mixte*, ou *composée*.

La Ligne droite est également placée entre ses Points extremes, ou bien c'est la plus courte de celles qu'on peut tirer d'un Point à un autre, comme la Ligne marquée de la lettre A.

La Ligne courbe est celle qu'on peut tirer d'un Point à un autre en biaisant ; ou bien c'est celle qui n'est pas également placée entre ses Points extremes, ainsi qu'on voit l'une des Lignes marquées de la lettre B.

La Ligne mixte est en partie droite & en partie courbe, ainsi qu'on voit la Ligne marquée de la lettre C.

VI *Lignes paralleles* sont des Lignes toûjours également éloignées l'une de l'autre, & qui ne peuvent par consequent jamais se rencontrer. Il y a des Lignes droites paralleles, telles que sont les marquées de la lettre D. & des Lignes courbes paralleles, telles que sont les marquées de la lettre E.

VII. *Ligne Spirale* est celle qui part d'un Point qui luy sert de Centre, & s'éloigne toûjours également de ce Point à mesure qu'elle tourne autour, comme F.

Comme il y a de trois ſortes de Lignes, il y a auſſi de trois ſortes de Superficies, qui ſont: la *plane* ou platte, la courbe ou *ſpherique*, & la mixte ou compoſée.

La Superficie plane ou platte, eſt celle à laquelle une Ligne droite peut convenir en tous ſens; ou bien, c'eſt le deſſus de quelque choſe de plat.

La Superficie ſpherique ou courbe, eſt celle à laquelle une Ligne droite ne peut pas convenir en tous ſens; ou bien c'eſt le deſſus, ou le dedans de quelque corps arrondy.

La Superficie mixte ou compoſée eſt en partie platte, & en partie courbe.

VIII. *Angle*, eſt le Concours de deux Lignes qui ſe rencontrent indirectement; c'eſt à dire de maniere, que ſi on prolongeoit ces Lignes elles ſe couperoient, comme le marqué G.

Si le Concours indirect de ces deux Lignes ſe fait ſur une Superficie platte, ce ſera un Angle plan.

Si les deux Lignes qui concourent indirectement ſont droites, l'Angle qu'elles formeront s'appellera Angle rectiligne.

Si ce Concours indirect eſt de deux Lignes courbes, ce ſera un Angle courbeligne.

Enfin, ſi ce Concours indirect eſt formé d'une Ligne droite & d'une Ligne courbe, ce ſera un Angle mixte ou compoſé.

L'Angle ſe diſtingue encore en *droit*, *aigu*, & *obtus*, ou *emouſſé*.

L'Angle droit eſt formé par deux Lignes qui concourent de maniere qu'elles n'inclinent point l'une vers l'autre. Ainſi l'Angle A. B. D. eſt droit, parceque la pointe

A. de

A. de la Ligne A.B. n'incline pas plus vers la partie D. que vers la partie C.

L'Angle aigu eſt formé par le concours indirect de deux Lignes qui inclinent l'une vers l'autre, comme le marqué E.

L'Angle obtus ou emouſſé, eſt formé par le concours indirect de deux Lignes qui declinent, ou s'éloignent l'une de l'autre, tel que le marqué F.

L'on doit remarquer, qu'un Angle eſt plus ou moins grand, ſuivant que les Lignes qui le forment inclinent ou declinent, & non pas, comme pluſieurs ſe l'imaginent, ſelon que les Lignes qui forment cet Angle ſont longues ou courtes. Car, par exemple, les Lignes qui forment l'Angle G. ſont plus longues que celles qui forment l'Angle H. cependant l'Angle G. eſt le le plus petit, parceque les Lignes qui le forment inclinent plus l'une vers l'autre que ne ſont celles qui forment l'Angle H.

Quand Nous voulons marquer un Angle, nous nous ſervons de trois lettres, & c'eſt celle du milieu qui en déſigne toûjours la pointe. Ainſi nous diſons l'Angle A. B. C. pour marquer l'Angle formé par le concours indirect des deux Lignes A. B. & C. B.

IX. *Figure*, eſt une Quantité bornée ou terminée de toutes parts.

La Figure peut être bornée d'un, ou de pluſieurs Termes.

X. *Cercle*, eſt une Figure platte, terminée par le contour d'une Ligne courbe appellée *Circonference*.

XI. *Centre* de Cercle, eſt un Point placé au milieu d'un Cercle, duquel toutes les Lignes droites tirées à la Circonference ſont égales, comme le ſont les Lignes droites

qui partent du Centre A. & vont finir à la Circonference en B. C. D. E.

XII. *Diametre* d'un Cercle est une Ligne droite qui passant par le Centre se va terminer à la Circonference de part & d'autre, telle que la Ligne droite F.G. qui passe au Centre H.

XIII. *Corde* ou *Soûtendante* d'un Arc est une Ligne droite tirée d'un bout de cet Arc à l'autre. Ainsi la Ligne I.L. est Corde ou Soûtendante de l'Arc I. M. L.

XIV. *Demy-Cercle* est une Figure terminée par un Diametre & par la demy-Circonference d'un Cercle, telle qu'est la Figure F. G. N. F.

XV. *Portion* ou *Section* de Cercle est une Figure formée d'une Ligne droite & d'une partie de la Circonference d'un Cercle plus ou moins grande que la moitié, telle qu'on voit la Figure I. F. N. G. L. ou bien L. I. M.

XVI. *Bande* de Cercle est une Figure renfermée par deux Lignes droites & deux petites parties de la Circonference du même Cercle, ainsi qu'on voit la Figure I. E. G. F.

XVII. *Secteur* de Cercle est une Figure comprise de deux demy-Diametres qui forment un Angle au Centre, & de la partie de la Circonference qu'ils embrassent, ainsi qu'on voit la Figure Q. R. S. ou Q. R. T. S.

XVIII. *Degré* de Cercle est un petit Arc qui contient la 360. partie de la Circonference de ce Cercle. Tout Cercle, grand ou petit, se divise donc toûjours en 360. parties égales. Et comme un demy-Cercle est moitié du Cercle, la demy-Circonference soûtenue du Diametre contient 180. Degrés, & tout quart de Cercle

Cercle contient 90. Degrés, qui est le quart de trois cents-soixante.

XIX. *Minute* est un petit Arc de Cercle qui contient la 60. partie d'un Degré.

XX. *Seconde* est un petit Arc de Cercle qui contient la 60. partie d'une Minute. Il y a aussi des Tierces, des Quartes, des Quintes, des Sextes &c. Mais l'on ne se sert guere dans la Geometrie pratique que des Degrés & des Minutes.

XXI. *Couronne* est une Figure plane renfermée entre les Circonferences de deux Cercles inégaux, mais qui ont un même Centre, ainsi qu'on voit la Figure V. X. Y.

XXII. *Perpendiculaire* est une Ligne droite qui tombe sur une autre Ligne droite de maniere qu'elle n'incline pas plus d'une part que de l'autre. Ainsi, supposé que l'extremité D. de la Ligne D. A. n'incline pas plus vers B. que vers G. cette Ligne D. A. sera perpendiculaire à la Ligne G. B. sur laquelle elle tombe & les Angles du Point A. seront droits.

L'Angle se mesure par les Degrés de la Circonference du Cercle; de sorte qu'un Angle est plus ou moins grand suivant que l'Arc compris entre les extremités des Lignes qui le forment contient plus ou moins de Degrés. Ainsi on voit que l'Angle aigu B. A. C. est plus petit que l'Angle droit B. A. D. parce que l'Arc B. C. Contient moins de Degrés que l'Arc B. C. D. Et par la même raison, l'Angle droit B. A. D. est moindre que l'Angle emoussé B. A. E. Or comme un Angle droit contient toûjours 90. Degrés, qui est le quart de la Circon-

Circonference du Cercle, il est évident que tout Angle aigu contient moins de 90. Degrés, & que tout Angle emoufsé en contient plus de 90.

J'ay dit dans la IX. Definition, qu'une Figure devoit être bornée de tous côtés: Or il est certain, que deux Lignes droites ne peuvent pas renfermer un espace & par consequent faire une Figure; d'où il est aisé de conclure, qu'il faut au moins trois Lignes droites pour faire une Figure.

XXIII. *Triangle*, est une Figure renfermée de trois Lignes.

Le Triangle a trois noms differens à cause de ses côtés, & trois à cause de ses Angles.

Les Noms qu'on donne au Triangle à cause de ses côtés sont ceux de

XXIV. *Triangle Equilateral*, qui a ses trois côtés egaux, comme le marqué A.

XXV. *Triangle Isoscelle*, qui a deux de ses côtés egaux comme le marqué B.

XXVI. *Triangle Scalene*, qui a ses trois côtés inegaux, comme le marqué C.

Les Noms qu'on donne au Triangle à cause de ses Angles sont ceux de

XXVII. *Triangle Rectangle*, lequel a un Angle droit, comme le marqué D.

XXVIII. *Triangle Oxigone*, qui a ses trois Angles aigus ou pointus, comme le marqué E.

XXIX. *Triangle Ambligone* ou *Obtusangle*, qui a un Angle emoussé, comme le marqué F.

XXX. *Quadrilatere*, est le nom qu'Euclide donne aux Figures de quatre côtés. Il y en a de differentes façons, comme on le peut voir par ce qui suit.

XXXI.

XXXI. *Parallelogramme* est une Figure de quatre Côtés, dont les opposés seulement sont paralleles. comme la Figure marquée G.

XXXII. *Quarré* est une Figure de quatre Côtés egaux & de quatre Angles droits. comme H.

XXXIII. *Rectangle* ou *Quarré Long* est une Figure de quatre Côtés, dont les opposés sont egaux & qui à ses quatres Angles droits comme I.

XXXIV. *Rhombe* ou *Lozange* est une Figure de quatre Côtés egaux, mais qui n'a point d'Angles droits comme la marquée K.

XXXV. *Rhomboide* ou *Barlong* est une Figure de quatre Côtés, dont les opposés sont egaux mais qui n'a point d'Angle droit comme L.

XXXVI. *Trapeze* est une Figure de quatre Côtés qui ne peut avoir que deux Angles droits & que deux Côtés paralleles. comme la Figure M.

XXXVII. *Trapezoide* est une Figure de quatre Côtés. qui n'a point d'Angles droits ni de Côtés paralleles comme la marquée N.

XXXVIII. *Diagonale* est le nom qu'on donne au Diametre, cest à dire à la Ligne droicte qui traverse une Figure de quatre Côtés d'un Angle à son opposé. telle qu'est la Ligne marquée O. P. Quelques uns luy donnent aussi le nom *D'hipotenuse* principalement quand elle est tirée dans un Rectangle, ou dans un Rhomboide.

XXXIX. *Complemens* d'un Parallelogramme sont les deux petits Parallelogrammes faits dans un grand & par dedans lesquels le Diametre ou Diagonale ne passe point. tels que sont les petits Parallelogrammes Q. R.

XXXX. *Gnomon* ou *Stile* est l'Exces qu'un Parallelo-

B gramme

gramme a par dessus un autre qui luy est inscrit lorsque ces deux Parallelogrammes sont faits sur une même Diagonale, ainsi la Figure Q. S. R. est un Gnomon.

Le Rectangle est Compris des deux Lignes droites, qui forment l'un de ses Angles droits, c'est a dire que si l'une des deux Lignes parcourt par une de ses Extremités, la Longueur de l'autre Ligne en gardant toûjours la Situation perpendiculaire ce mouvement formera un Rectangle.

XXXXI. *Base* d'une Figure c'est sur quoy elle S'appuye, ou ce qui luy sert de Fondement.

XXXXII. *Hauteur* d'une Figure est la Ligne droite qui tombe du Sommet de cette Figure perpendiculairement sur sa Base prolongée s'il est necessaire.

XXXXIII. *Polygone* est le Nom qu'on donne a une Figure de plusieurs Angles & de plusieurs Côtés soit egaux ou inegaux.

XXXXIV. *Multilateres* sont en general des Polygones de plus de quatre Côtés. Mais les Reguliers ont des Noms qui les distinguent les uns des autres, & qui sont tirés de la quantité d'Angles que ces Figures comprennent ainsi le

XXXXV. *Pentagone* est une Figure de cinq Côtés egaux entr'eux & de cinq Angles egaux entr'eux marquée A.

XXXXVI. *Hexagone* est une Figure de six Côtés egaux entr'eux & d'autant d'Angles egaux marquée B.

XXXXVII. *Eptagone* est une Figure de sept Côtés egaux

egaux & d'autant d'Angles aussi egaux entr'eux marquée C.

XXXXVIII. *Octogone* est une Figure de huit Côtés & de huit Angles egaux entr'eux marquée D.

XXXXIX. *Enneagone* est une Figure ou un Polygone de neuf Côtés egaux & de neuf Angles aussi egaux. E.

L. *Decagone* est une Figure de dix Côtés & d'autant d'Angles egaux entr'eux. F.

LI. *Endecagone* est un Polygone compris de onze Côtés egaux & d'autant d'Angles. G.

LII. *Dodecagone* est une Figure de douze Côtés & d'autant d'Angles egaux. H.

Il y à un nombre presque Infiny de Polygones reguliers, mais je n'explique que les precedans parce-qu'on en voit trés peu reduits en pratique au dessus du Dodecagone.

Entre une Infinité de Corps ou de Solides qui se trouvent dans l'Art de Mesurer on n'en reconnoist que cinq Reguliers, c'est à dire dont tous les Plans qui les bornent soient egaux & semblables; Ces cinq Corps Reguliers sont le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodecaëdre, & l'Icosaëdre.

LIII. *Tetraëdre* est un Solide Compris sous quatre Triangles egaux & Equilateraux comme le marqué 1.

LIV. *Hexaëdre* ou *Cube* est un Solide renfermé de six Quarrés egaux comme le marqué 2.

LV. *Octaëdre* est un Solide regulier Compris sous huit Triangles egaux & Equilateraux comme le marqué 3.

LVI. *Dodecaedre* est un Solide regulier renfermé de douze Pentagones egaux & semblables. comme le marqué 4.

LVII. *Icosaedre* est un Solide regulier compris de 20. Triangles egaux & Equilateraux, comme le marqué 5.

LVIII. *Parallelipipede* est un Solide compris de six Plans dont les opposés sont egaux semblables & paralleles, ainsi que le marqué I.

LIX. *Prisme* est un Solide compris de plusieurs Plans dont il y en a deux qui sont opposés egaux semblables, & paralleles, & tous les autres sont des Parallelogrammes. de sorte que si les Plans A. B C. & D. E. F. du Solide A. B. F. sont opposés, egaux, semblables, & paralleles, & que de plus tous les autres Plans du même Solide soient des Parallelogrammes, ce Solide sera un Prisme. Le Prisme sera triangulaire si l'un de ces Plans opposés est un Triangle comme le precedent.

Mais si l'un de ces Plans opposés est de quatre Côtés, le Prisme sera quadrangulaire, ainsi qu'on voit au Parallelipipede I.

Il sera Prisme pentagonal si l'un de ces Plans opposés est un Pentagone comme le marqué K. & ainsi des autres; Par ou l'on voit que tous les Parallelipipedes & les *Colonnes* a pans sont des Prismes. si la Ligne droite qui tombe du Centre de l'un des Plans au Centre de son opposé est perpendiculaire à Ces deux Plans Ce sera un Prisme droit comme on voit le marqué I. Et si cette même Ligne est Oblique aux deux Plans, Ce sera un Prisme oblique comme le marqué K.

LX. *Piramide* est un Solide compris d'une Base recti-

rectiligne & de plusieurs Plans Triangulaires qui vont Concourir à un même Point : Ainsi les Figures solides G. H. I. sont des Piramides parceque leurs Bases sont des Plans rectilignes & tous les autres Plans sont des Triangles qui vont Concourir au sommet c'est à dire au haut de ces Solides.

La Piramide sera triangulaire si la Base est un Triangle comme la marquée G. & quadrangulaire si la Base est de quatre Côtés comme la marquée H. Elle sera Piramide pentagonale si sa Base à cinq Côtés comme la marquée I. & ainsi des autres.

La Piramide sera droite si la Ligne L. M. qui tombe du Sommet au Centre de sa Base luy est perpendiculaire; Et oblique si cette même Ligne fait un Angle aigu avec la Base.

LXI. *Cilindre* est un Solide formé par une Ligne droite qui parcourt les Circonferences de deux Cercles opposés egaux & paralleles ; Desorte que si la Ligne C. D. (en gardant toujours une Situation parallele à la Ligne A. B.) parcourt les Circonferences des Cercles opposés egaux & paralleles C. E. F. G. & D. H. I. K. il naîtra de cette *Revolution* un Solide appellé Cilindre.

Il sera Cilindre droit si la Ligne A. B. est perpendiculaire aux Plans des deux Cercles, ainsi qu'on voit au precedent ; Et Cilindre oblique si cette même Ligne est inclinée aux deux Cercles, comme le marqué L.

LXII. *Cône* est un Solide formé par une Ligne droite qui étant fixe à une de ses Extremités parcourt par l'autre Extremité la Circonference d'un Cercle; De sorte que si la Ligne B. C. est fixe au Point B. & que par le

Bout C. elle parcoure la Circonference du Cercle C. D. E. F. cette Revolution produira un Cône.

Si la Ligne A. B. qui tombe du Sommet au Centre de la Base est perpendiculaire à cette Base. Ce sera un Cône droit comme au precedant, mais si elle incline, le Cône sera Oblique comme le marqué M.

LXIII. *Sphere* est un Solide compris d'une seule Surface arrondie & formé par le mouvement d'un Demy Cercle qui tourne au tour de son Diametre immobile. De sorte que si le Demy-Cercle A. B C. se meut au tour de son Diametre Immobile A. C. cette Revolution formera un Solide appellé Sphere qui signifie la même Chose que *Globe* ou *Boule*.

LXIV. *Axe* ou *Aissieu* de la Sphere est la Ligne A. C. qui passe au Centre D. & se termine à la Superficie.

LXV. *Poles* de la Sphere sont les deux Points A. & C. qui terminent l'Axe.

LXVI. *Demy-Sphere* est un Solide renfermé par un Plan qui coupe la Sphere en deux parties egales & par la moitié de sa Superficie. Et le pourtour de ce recoupement est la Circonference d'un des plus grands Cercles de la Sphere. comme le marqué N.

LXVII. *Secteur* de Sphere est un Solide compris d'une partie de cette Sphere plus ou moins grande que la moitié & d'un Cône dont la pointe seroit le Centre de la Sphere comme O.

LXVIII. *Portion* ou *Section* de Sphere est un Solide compris d'une partie de la Surface de cette Sphere plus ou moins grande que la moitié, & d'un Plan qui

la coupe

la coupe en deux parties Inegales; comme P. le pourtour du Plan qui coupe la Sphere inegalement est la Circonference d'un de ses petits Cercles.

LXIX. *Orbe* n'est autre chose qu'une Sphere Creuse, soit que les Superficies *Convexe* & *Concave* qui la renferment ayent un même Centre, soit qu'elles ne l'ayent pas. Ainsi que seroient les deux moitiés R. rejointes.

LXX. *Zone* est la partie d'une Surface de Sphere renfermée entre les Circonferences de deux Cercles Paralleles, ainsi que A. B. C. D.

Remarque.

Les Definitions suivantes semblent n'être pas dans leur Lieu naturel puisque ce ne sont que des Superficies. Mais jay été obligé de n'en parler qu'icy, parceque pour les bien entendre, il falloit avoir une connoissance exatte du Cilindre & du Cône.

LXXI. *Ovale* est une Figure plane courbeligne formée par un Plan qui coupe un Cilindre obliquement. desorte que si un Plan tel que A. coupe un Cilindre B. C. obliquement c'est à dire de maniere que les deux Côtés le soient inégalement, le Plan du recoupement sera une Ovale & son pourtour une Ligne ovalique.

LXXII.

LXXII. *Elipse* eſt une Figure plane courbeligne formée par un Plan qui coupe un Cône obliquement. Ainſi ſuppoſé que le Plan D. coupe les Côtés du Cône E.F.G. en parties Inegales, cette Superficie ſera une Elipſe & la Ligne de ſon pourtour une Ligne Eliptique.

LXXIII. *Parabole* eſt une Figure courbeligne formée par un Plan, qui coupant l'un des Côtés d'un Cône eſt Parallele à ſon autre Côté. Ainſi le Plan H. qui coupant le Côté L. M. eſt Parallele au Côté L. N. fait une Figure plane appellée Parabole & la Ligne de ſon pourtour Ligne Parabolique.

LXXIV. *Hiperbole* eſt une Figure plane courbeligne formée par un Plan qui coupant l'un des Côtés d'un Cône iroit (étant prolongé) rencontrer l'autre Côté du même Cône auſſi prolongé. Ainſi poſé que le Plan I. coupe le Côté O. P. du Cône de maniere qu'etant prolongé il allaſt couper l'autre Côté O. R. par exemple en S. cette Figure plane I. ſera une Hiperbole & la Ligne de ſon pourtour une Ligne Hiperbolique.

Si apreſent on conçoit que ces Figures courbelignes ſe meuvent au tour de leurs Diametres immobiles, il naîtra de cette Revolution des Solides differens, ainſi qu'on le va voir.

LXXV. *Conoïde Ovalique* eſt un Solide formé par une demy Ovale A. B. C. qui tourne au tour de ſon Diametre immobile A. C.

LXXVI. *Conoïde Eliptique* eſt un Solide formé par une demy Elipſe D. E. F. qui tourne au tour de ſon Diametre immobile D. F.

LXXVII. *Paraboloïde* ou *Conoïde Parabolique* eſt un Solide formé par une Parabole G. H. I. qui tourne au tour de ſa Hauteur immobile H. O.

LXXVIII.

LXXVIII. *Hiperboloide* ou *Conoide hiperbolique* est un Solide formé par une Hiperbole L. M. N. qui se meut au tour de sa Hauteur immobile M. P.

LXXIX. *Figure inscritte* est celle dont les Côtés ou les Angles touchent les Côtés de la Figure dans laquelle elle est inscritte.

LXXX. *Figure décritte* ou *Circonscritte* est celle dont les Côtés touchent les Angles ou les Côtés de la Figure autour de laquelle elle est décritte.

Les Suppositions ou Demandes.

I. On demande qu'il soit permis de tirer une Ligne droite d'un Point à un autre.

II. Qu'on puisse prolonger une Ligne droite tant qu'on le jugera a propos.

III. Que l'on puisse d'un Point donné décrire un Cercle à quelle ouverture de Compas qu'on voudra.

IV. Qu'il soit permis de deux Points donnés, de faire deux Arcs de Cercle qui se coupent à un autre Point.

Les Axiomes ou Maximes.

I. Les Quantités A. & B. qui sont chacune egales a une troisiême Quantité de même espece C. sont egales entr'elles.

II. Si a des Quantités egales entr'elles A. B. & C. D. on ajoute des Quantités aussi egales entr'elles B. E. & D. G. les produits A. E. & C. G. seront egaux entr'eux.

III. Si de Quantités egales entr'elles A. E. & C. G.

on ôte des Quantités aussi egales entr'elles A. B. & C. D. les restants B. E. & D. G. seront egaux entr'eux.

IV. Si a des Quantités inegales H. I. & L. M. on ajoûte des Quantités egales I. N. & M. O. les produits H. N. & L. O. seront inegaux.

V. Si des Quantités inegales H. N. & L. O. on ôte les Quantités egales. I. N. & M. O. les restants H. I. & L. M. seront inegaux.

VI. Les Quantités qui sont doubles, ou triples, ou quadruples, ou quintuples, &c. d'une même quantité: sont egales entr'elles.

VII. Les Quantités qui sont la moitié, le tiers, le quart, le cinquième, &c. d'une même Quantité sont egales entr'elles.

VIII Les Quantités de même espece qui conviennent entr'elles sont egales.

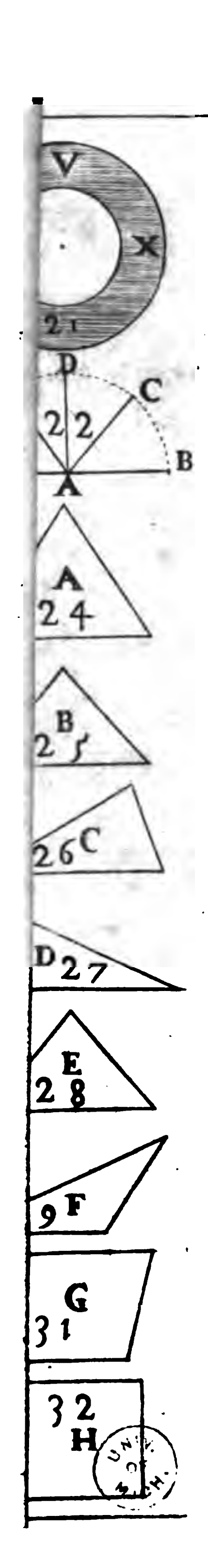
IX. Un tout est plus grand que ce qui n'en est que Partie.

X. Tous les Angles droits sont egaux entr'eux parcequ'ils valent chacun 90. Degrés, c'est a dire un quart de Cercle.

XI. Deux Lignes droites C. D. & E. F. qui font avec une troisiême. A. B. (qui les coupe) les deux Angles interieurs du même Côté G. & H. plus petits que deux droits ne sont point Paralleles.

XII. Deux Lignes droites ne peuvent pas renfermer un Espace. Car cés deux Lignes droites concourent ou non. Si elles concourent indirectement elles forment un Angle. Si elles ne concourent pas elles sont Paralleles entr'elles. Et dans tous cés cas il n'y a point de Figure.

PRA-



V
X
21
D
C
22
B
A
A
24
B
25
26 C
D 27
E
28
9 F
G
31
32
H



PRATIQUE DU COMPAS.

Et premierement de la Pratique des Lignes.

Problême Premier.

Diviser une Ligne droite telle que A. B. en deux parties egales.

1. Prenés avec le Compas une Grandeur à Volonté (pourveu que ce soit plus de la moitié de la Ligne A.B.) ensuitte des Points A. & B. pris pour Centres faites des Arcs au dessus & au dessous de la Ligne qui se couperont en D. & E. Si vous tirés une Ligne d'un de cés Points à l'autre elle divisera A. B. en deux Egalement au Point C. (cette proposition est tirée de la 10. du premier Livre d'Euclide.)

2. Que si on proposoit de diviser la Ligne F. G. en trois parties egales.

L'on pourroit des Points F. & G. & d'un Intervale à Volonté (pourveu qu'il soit de plus de la moitié de cette Ligne) faire des Arcs au dessus & au dessous se coupant en H. & I. puis tirer les Lignes H. F. & H. G. qu'on diviseroit chacune en deux parties egales aux Points L. & M. (par la precedante) d'où tirant des Lignes droites en I. elles couperont F. G. en trois egalement

Arc coupant B.C. en D. si vous tirés A.D. elle sera Perpendiculaire à B.C.

2. Oubien du Point A. pour Centre & de l'Intervale A.B. qui est l'Extremité la plus prés de la Ligne donnée, faites un Arc qui coupera cette Ligne en E. si vous divisés par le premier Problême B. E. en deux egalement au Point D. & que vous tiriés la Ligne A. D. elle sera a plomb sur B. C. (ces pratiques dependent de la 12. du 1.)

3. S'il faloit du point A. tirer une Ligne droite A. B. Perpendiculaire a la Ligne droite supposée Inaccessible C. D. L'on tireroit dabord la Ligne A. E. G. Parallele a cette Ligne C. D. ainsi qu'il sera enseigné au Problême qui suit aprés quoy Elevant au Point A. la Ligne A. B. Perpendiculaire a la Ligne A. E. elle le sera aussi a la Ligne C. D.

Problême 4.

Par un Point A. faire passer une Ligne A. D. Parallele a la Ligne donnée B. C.

1. Tirés de ce Point A. une Ligne a Volonté A. E. sur B. C. puis de E. comme Centre & d'un Intervale arbitraire E. F faites l'Arc F. G. qui joigne les deux Lignes. Ensuitte du Point A. & du même Intervale E. F. faites l'Arc H. I. sur lequel vous porterés de H. en I. la valeur de l'Arc F. G. si vous tirés la Ligne A. I. prolongée vers D. elle sera Parallele a la Ligne B. C. (de la 31. du 1.

2. Que si on proposoit de tirer la Ligne L. P. Parallele a la Ligne Inaccessible N. O. il faudroit imaginer

ter les Lignes L. N. & L. O. formant l'Angle N. L. O. puis chercher un Point tel que M. ou l'on pût former ainsi qu'il sera montré au Problême douze un Angle N. M. O. egal a ce premier N. L. O. puis tirer la Ligne L. M. & faire au Point L. l'Angle O. L. P. egal a l'Angle N. M. L. comme l'enseignera le même douze Problême par ce moien la Ligne L. P. sera Parallele a la Ligne N. O. (ce qui se prouve par les 27. du 1. & 21. du 3.

Problême 5.

Aux deux Lignes droites A. & B. en trouver une troisiême qui leur soit Proportionnelle.

1. Tirés les Lignes C. D. & C. E. faisant un Angle tel que C. portés sur C. E. de C. en F. la Longueur de la Ligne A. & de F. en E. la Ligne B. portés aussi de C. en G. la Longueur B. & ayant tiré F. G. menés luy sa Parallele E. D. ainsi que l'enseigne le Problême precedant la distance G. D. sera la troisiême proportionnelle (ce qui derive de la 11. du 6.)

2. Que si on proposoit de trouver une quatriême proportionnelle aux trois Lignes H. I. & K. il faudroit tirer deux Lignes formant un Angle tel que L. & porter H. de L. en M. & I. de M. en N. puis porter la Ligne K. de L. en O. si ayant mené la Ligne M. O. on luy tire par le Problême precedant sa Parallele N. P. elle nous donnera O. P. pour quatriême proportionnelle (ce qui depend de la 12. du 6.)

3. Mais si l'on proposoit de trouver une Moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données A. & B. L'on d'evroit tirer la Ligne Indefinie C. D. sur laquelle on por-

on porteroit de C. en E. la Ligne A. & de E. en D. la Ligne B. puis faiſant un Demy Cercle ſur la Ligne. C. D. il faudroit au Point E. (ou les Lignes ſe joignent l'une au bout de l'autre) tirer par le 2. Problême la Perpendiculaire E. F. juſqu'a ce qu'elle rencontrât la Circonference; cette Ligne E. F. ſeroit la Moyenne proportionnelle. (tiré de la 13. du 6.)

4. Si on propoſoit de couper les Lignes A. & B. Chacune en deux parties en ſorte que les quatre portions fuſſent Proportionnelles. Il faudroit faire C. D. egale a B. & la Perpendiculaire D. E. egale a la Ligne A & ayant tiré la Ligne. C. E. faire un Demy Cercle C. G. D. qui couperoit cette Diagonale en G. d'où vous tireriez G. F. parallele a D.E. & G.H. parallele a C D. car par ce moyen les quatre Segmens C. F. F. D. D. H. & H. E. ſeront Proportionnels (ce qui depend des 34. du 1. & 4. du 6.)

Problême 6.

Couper une Ligne droite A. B. en parties Proportionnelles aux Segmens de la Ligne A. C. Pour bien executer cette Regle diſpoſés cés deux Lignes de maniere qu'elles forment un Angle tel que A. aprés quoy ayant tiré une Ligne droite de l'Extremité C. a l'Extremité B. menez des Points D. E. & F. des Lignes droites Paralleles a la Ligne B. C. ces Paralleles couperont. A. B. aux Points G. H. I. & donneront des parties qui ſeront proportionnelles a celles de A. C. (cette pratique eſt la 10. du 6.)

Pro-

Problême 7.

D'une Ligne droite donnée telle que *L. M.* prendre une partie a volonté par Exemple les deux septièmes.

Ayant tiré une Ligne *L. N.* faisant Angle avec la Ligne donnée *L. M.* portés dessus, une Grandeur arbitraire sept fois, en allant de *L.* vers *N.* aprés quoy tirés la Ligne *N. M.* & par le second Point *O.* tirés par le quatrième Problême la Ligne *O. P.* Parallele a la Ligne *M. N.* elle coupera *L. M.* en *P.* & donnera *L. P.* pour les deux septièmes parties demandées (tiré de la 9. du 6.)

Probrême 8.

Partager la Ligne *A. B.* en parties semblables aux deux Lignes données *C.* & *D.*

Elevés la Perpendiculaire *B. E.* egale a *D.* & abaissez la Perpendiculaire *A. F.* egale a *C.* Si vous tirés ensuite *E. F.* elle coupera *A. B.* en *G.* en parties proportionnelles aux Lignes *C.* & *D.* (fondé sur la 4. du 6.)

Problême 9.

Couper une Ligne droite *A. B.* en l'Extreme & Moyenne raison, C'est a dire en sorte que le Quarré de l'une de ses parties *B. H.* soit egal au Rectangle Compris de l'autre partie *H. A.* & de toute la Ligne *A B.* ou son egale *A. D.*

Faités un Quarré *A. C.* sur cette Ligne *A. B.* ainsi qu'il sera enseigné au Problême 27. puis divisés l'un des

Côtés Contigus par Exemple *C. B.* en deux egalement en *E.* d'où vous tirerés une Ligne en *A.* & prolongerés *E. B.* ensorte que *E. F.* soit egale a *E. A.* Si vous faites un Quarré *B. G.* sur *B. F.* & que vous prolongiés son Côté *G. H.* il coupera la Ligne *A. B.* comme il est demandé (ce qui depend de la 11. du 2. & 30. du 6.)

PRATIQUES DES ANGLES.

Problême 10.

Partager un Angle donné tel que *A. B. C.* en deux parties Egales.

1. Prenés sur les Lignes qui forment cet Angle les Grandeurs egales *B. D.* & *B. E.* puis des Points D. & E. comme Centres & d'un Intervale a volonté faites deux Arcs qui se coupent a un Point *F.* d'où vous tirerés une Ligne en *B.* qui coupera l'Angle en deux egalement.

2. Que S'il faloit diviser Ce même Angle en quatre Parties egales, Il le faudroit premierement diviser en deux comme je le viens de dire & ensuite partager chacune de ces deux Parties *A. B. F.* & *F. B. C.* encore en deux egalement par la même pratique. tout l'Angle feroit par ce moyen coupé en 4. (ces deux pratiques sont de la 9. du 1.)

3. Mais si on vouloit partager un Angle tel que *G. H. I* en un autre nombre de parties egales que 2. ou 4. ou 8. &c.

Il faudroit

Il faudroit faire un Arc G. I. qui joigne les deux Lignes qui forment cet Angle & le couper en autant de Parties egales qu'on veut que l'Angle soit divisé comme icy en cinq, aux Points K.L. M. N. car tirant des Lignes de H. par ces Points on aura ce qui est demandé (cette pratique est mechanique)

4. L'on peut encore diviser le seul Angle droit A. B. C. en trois parties egales en faisant du Point B. & Intervale B. A. l'Arc de Cercle A C. sur lequel on portera de A. en D. la Distance B. A. de même que de C. en E. Car tirant des Lignes de B. par D. & E. on aura ce qui est proposé.

5. C'est de ces diverses manieres de diviser un Angle qu'on peut tirer la division du Cercle en ses 360. Degrés. Car aprés avoir coupé le Cercle en quatre parties egales par le moyen de deux Diametres perpendiculaires, on divise l'une de ces quatre parties, par exemple C. A. en trois egalement en D. & E. comme il vient d'être fait à l'Article precedant, ensuite l'on sousdivise l'un de ces tiers par exemple C. D. qui vaut 30. Degrés en trois egalement, ce qui fait 10. Degrés pour C. F. qu'on divise encore en dix petites parties egales pour avoir des Degrés d'ou tirant des Lignes droites au Centre du Cercle, on a ce qui est proposé.

Problême II.

Faire à l'Extrèmité A. d'une Ligne droite A. B. un Angle de tant de Degrés qu'on voudra par exemple icy de quarante cinq?

1. Du Point A. comme Centre & de l'Intervale

A. B. faites un Arc *B. C.* sur lequel vous porterés la Ligne *A. B.* qui est Corde de 60. Degrés parce que cette Corde est toûjours egale au Rayon du Cercle. Cela étant fait partagez l'Arc *B. C.* en quatre parties egales aux Points *D. E. F.* ainsi que l'enseigne le Problême precedant. Il est certain que si on tire la droite *A. D.* que'lle fera avec *A. B.* un Angle de quarante cinq Degrez puis qu'il contient trois parties de l'Arc *B. C.* divisé en quatre.

2. Que si l'on proposoit de faire un Angle de 26. Degrés, il faudroit d'abord diviser l'Arc *B. C.* de 60. Degrés en trois parties egales qui vaudroient chacune 20. Degrés. Aprés quoy l'on soûdiviseroit l'une de ces parties de 20. par exemple *B. D.* en cinq egalement pour avoir 4. Degrés qu'on ajoûteroit avec *B. D.* enfin divisant l'un de ces petits Arcs de quatre Degrés en deux parties egales, on aura deux Degrés qu'on ajoûtera aux 24. precedans, ce qui donnera un Arc de 26. Degrés; Si on tire une Ligne de *A.* par ce Point on aura ce qu'il faut.

3. Mais si on vouloit un Angle de cent Degrés, ainsi que je le supose au Flanc de ma Fortification. Il faudroit d'abord du Point *A.* & Intervale *A. B.* faire un Arc de Cercle *B. C.* sur lequel on porteroit deux fois *A. B.* de *B.* en *D.* & de *D.* en *C.* qui donneroit un Arc de 120. Degrés. De sorte que de ce tout en ôtant l'Arc *C. E.* qui a 20. Degrés,(par ce qu'il est le tiers de *C. D.*)on aura, en tirant *A. E.* un Angle de cent Degrés.

Toutes ces pratiques sont fondées sur le Problême precedent.

Pro-

Problême 12.

Faire au Point *A.* de la Ligne *A. B.* un Angle egal à l'Angle donné *D.*

Joignés les deux Lignes qui forment l'Angle *D.* par un Arc *E. F.* aprés quoy du Point *A.* intervale *A. B.* egal a *D.* E. faites l'Arc *B. C.* sur lequel vous porterés de *B.* en *C.* l'Arc *E. F* si vous tirés la Ligne *A. C.* elle fera un Angle egal à l'Angle *D.*

Problême 13.

A la pointe *A.* d'un Angle elever une Ligne *A. D.* qui n'incline pas plus d'une part que d'autre.

Il faut diviser cet Angle en deux parties egales comme l'enseigne le 10. Problême & prolonger la Ligne *E. A.* qui le coupe en *D.* elle n'inclinera pas plus vers *C.* que vers *B.*

PRATIQUES DU CERCLE.

Problême 14.

Pour trouver le Centre inconnu d'un Cercle.

Tirés dans ce Cercle une Ligne droite a Volonté *A. B.* que vous diviserés comme l'enseigne le premier Problême en deux parties egales & perpendiculairement par le moyen de la Ligne *D. E.* se terminant a la

Circonference le milieu F, de cette Ligne sera le Centre du Cercle (tiré de la 2. du 3.)

Problême 15.

Achever la Circonference d'un Cercle dont l'Arc A. B. C. n'est que partie.

1. Prenés sur cet Arc un Point à Volonté, tel que B. d'où vous tirerés des Lignes droites en A. & C. que vous diviserés chacune en deux parties egales & perpendiculairement aux Points D. & E. ainsi que l'enseigne le premier Problême, la rencontre F. de ces Lignes qui divisent les autres sera le Centre du Cercle dont l'Arc A. B. C. est partie.

2. C'est de cette Pratique qu'il se faudroit servir si on vous donnoit trois Points tels que O. P. R. sur la Circonference d'un Cercle & qu'on vous proposât d'en trouver le Centre.

3. La proposition qui nous enseigne a faire passer la Circonference d'un Cercle par trois Points donnés G. H. I. (pourveu qu'ils ne soient pas en Ligne droite) est fondée sur le même principe, car aprés avoir tiré G. H. & H. I. on les divise chacune en deux parties egales par les perpendiculaires L. N. & M. N. dont la rencontre N. est le Centre du Cercle passant par ces trois Points.

Remarque.

Il y a plusieurs manieres de resoudre les trois Operations du Problême que je viens d'expli-

d'expliquer. Mais celles cy m'ont paru les plus faciles, étant toutes fondées sur la 25. du 3.

Problême 16.

La Corde A. B. d'un Arc & la Flêche C. D. étant données, trouver le reste qu'il faut de cette Flêche pour achever le Diametre d'un Cercle dont l'Arc A. D. B. est partie?

Trouvez ainsi que l'enseigne le cinquiême Problême, une troisiême Proportionnelle aux deux Lignes C. D. & A. C. qui sont la Flêche & la moitié de la Corde. Cette troisiême Proportionnelle sera pour C. E. reste du Diametre (tiré de la 35. du 3.)

Problême 17.

Pour diviser un Arc de Cercle A. B. C. en deux parties egales.

Tirés une Ligne droite A. C. d'une dès Extremités a l'autre, coupés la en deux parties egales & perpendiculairement par le moyen de la Ligne droite D. B. ainsi qu'il est enseigné au premier Problême cette Ligne D. B. coupera l'Arc en deux egalement en B. (Tiré de la 30. du 3.

Problême 18.

Pour faire une Ligne droite egale a la Circonference d'un Cercle.

1. Tirés

1. Tirés la grande Ligne indeterminée *A. B.* sur laquelle vous porterés trois fois le Diametre *C, D.* de *A.* en *E.* de *E.* en *G.* & de *G.* en *H.* à quoy vous ajoûterés de *H.* en I. la septiême partie du Diametre *C. D.* toute la Ligne *A. I.* sera egale à la Circonference du Cercle (cecy est tiré de la Dimension du Cercle d'Archimede.)

2. Que si on proposoit de faire une Ligne droite egale à un Arc de Cercle *L. M. N.* Il faudroit tirer la soutendante *L. N.* que l'on couperoit en deux egalement en *O.* par le moyen de la Perpendiculaire *O. M.* prolongée vers *P.* d'un quart de *M. O.* Si on porte deux fois la Ligne droite *P. L.* ou *P. N.* sur une Ligne indeterminée *R. S.* on aura une Ligne droite egale à l'Arc de Cercle proposé.

Problême 19.

D'un Point *A.* donné à Volonté, tirer une Ligne droite *A. B.* qui touche la Circonference d'un Cercle à un seul Point ?

1. Tirés une Ligne droite de *A.* au Centre *C.* du Cercle. Divisés la en deux egalement au Point *D.* duquel comme Centre & de l'Intervale *D. C.* faites un Arc qui coupera la Circonference du Cercle au Point *B.* tirés la Ligne droite *A. B.* elle touchera le Cercle. (Tiré de la 17. du 3.)

2. Que si un Point *E.* étant donné sur la Circonference d'un Cercle, on proposoit de tirer une Ligne droite, qui touchât le Cercle a ce seul Point.

Il faudroit du Centre *F.* tirer une Ligne droite en *E.* à l'Extremité de laquelle on tireroit par le second cas du second Problême, la Perpendiculaire *E. G.* prolongée vers

vers *H.* cette Ligne sera *tangente* au Cercle (Ces deux pratiques dérivent des 16. & 17. du 3.)

3. Mais une Ligne droite *G. H.* touchant la Circonference d'un Cercle. Si on proposoit de trouver le Point d'attouchement; Il ne faudroit qu'abaisser une perpendiculaire du Centre *F.* sur cette Ligne *G. H.* car le Point *E.* où la perpendiculaire tombe est celuy ou le Cercle est touché.

Problême 20.

Dans un Cercle faire un Angle egal à un Angle donné *A.*

1. Menés par le Problême precedant la Ligne *B. C.* tangente au Cercle, ensuite au Point *D.* qui est celuy d'attouchement, faites par le 12. Problême l'Angle *C. D. E.* egal a l'Angle *A.* Si des Extremités de la Ligne *D. E.* vous tirez deux autres Lignes qui se rencontrent à un Point à volonté tel que *F.* pris sur la Circonference. elles formeront une Angle egal à l'Angle *A.*

2. C'est la Methode dont on se sert pour ôter d'un Cercle une Portion *F. D. E.* capable d'un Angle egal à l'Angle donné *A.* (Ces pratiques sont tirées de la 34. du 3.

PRATIQUES DE L'OVALE.

Problême 21.

Construire une Ovale sur la Ligne *A. B.* donnée pour son grand Diametre?

E 1. Coupés

1. Coupés cette Ligne droite en trois parties egales aux Points *C.* & *D.* desquels comme Centre & de l'Intervale d'un de cés tiers faites deux Cercles, dont les Circonferences se couperont en *E.* & *F.* tirés les Diametres *E. G.* & *F. H.* aprés quoy des Points *E.* & *F.* comme Centres & de l'Intervale de l'un de ces Diametres faites des Arcs qui joignent les Circonferences des Cercles en *G. I. H.* & *L.* on aura l'Ovale.

2. Mais si l'on proposoit les Lignes *A. B.* & *C. D.* pour grand & petit Diametres de l'Ovale.

Il faudroit les croiser de maniere qu'elles se coupassent chacune en deux parties egales & perpendiculairement au Point *E.* ainsi que l'enseigne le premier Problême, puis faire les Grandeurs *E. F.* & *E. G.* egales a *E. C.* ou a *E. D.* ensuite faire *E. H.* & *E. I.* egales aux deux tiers de *E. F.* ou *E. G.* & l'on tirera *I. G. K.* & *H. G. L.* de même que *I. F. M.* & *H. F. N.* aprés quoy de *G.* & *F.* comme Centres & de l'Intervale *G. B.* ou *F. A.* faites les Arcs *K. B. L.* & *M. A. N.* Enfin des Points *H.* & *I.* pris pour Centres & de l'Intervale *H. L.* ou *I. K.* faites les Arcs *M. C. K.* ou *L. D. N.* & vous aurés l'Ovale proposé.

3. La maniere suivante de construire une Ovale sur deux Diametres donnés *A. B.* & *C. D.* me paroit plus belle & aussi-juste.

Ayant croisé cés deux Diametres comme au precedant. Portez la moitié *E. C.* du petit sur le grand de *A.* en *G.* puis divisez le reste *G. E.* du grand Demi-Diametre en 8. parties egales dont vous porterés trois de *G.* en *H.* Si du Point *H.* comme Centre & de l'Intervale *H. A.* vous dècrivés un Arc sur lequel vous portiés le Rayon de part & d'autre en *I.* & *L.* & qu'ensuite vous portiés. *A. H.* de *B.* en *O.* duquel Point *O.* pris pour Centre

& de l'Intervale *O. B.* vous fassiez un Arc sur lequel
us portiez le Rayon de *B.* en *M.* & en *N.* Aprés
a des Points *M.* & *I.* comme Centres & de l'Intervale
I. faites des Arcs se coupant en *P.* ce Point sera le Centre
l'Arc *I.C.M.* faites en autant de *N.* & *L.* pour avoir le
int *R.* Centre de l'Arc *N. D. L.*

Problême 22.

Pour trouver le Centre & les deux Diametres d'une
'ale?

Tirez une Ligne droite *A. B.* & menez sa Parallele
D. ainsi que l'enseigne le quatriême Problême, coupez
acune de ces Lignes en deux egalement en *E.* & *F.* &
és la Ligne *E. F.* que vous prolongerez de part & d'au-
e en *G.* & *H.* le milieu *I.* de cette Ligne *G. H.* sera le
entre de l'Ovale; De ce Point *I.* & d'un intervale à
ılonté, par exemple *I. C.* faites un Cercle qui coupera
Circonference de l'Ovale en *C.* & *L.* tirés une Ligne
oite *C. L.* d'un de ces Points à l'autre laquelle vous
uperez en deux parties egales & perpendiculairement
ır le moyen de la Ligne *M. N.* ainsi que l'enseigne le
emier Problême, cette Ligne *M. N* sera le grand Dia-
ietre de l'Ovale, lequel étant coupé en deux egalement
& à plomb par le moyen de la Ligne *O. P.* cette derniere
sera le petit Diametre de l'Ovale, ainsi on aura trouvé le
Centre & les deux Diametres.

Problême 23.

Sur une Ligne droite *A. B.* faire une Elipse?

1. Divisés cette Ligne en quatre parties egales &

au milieu C. menez C. D. Perpendiculaire & egale à cette Ligne A. B. que vous diviserés aussi en quatre parties egales & vous tirerez a son Extremité D. la Ligne G. H. Parallele à la Ligne A. B. que vous determinerez de part & d'autre du Point D. d'un quart de A. B. & des Extremités G. & H. tirés des Lignes en A. & B. que vous diviserez chacune en trois parties Egales. Cela fait de F. pour Centre décrivés l'Arc A. B. De K. pour Centre décrivés l'Arc G. H. De L. pour Centre décrivés l'Arc A. G: enfin de M. décrivés l'Arc B. H.

2. Que si on la vouloit moins composée.

Il faudroit diviser A. B. en trois parties Inegales en C. & D. aprés quoy de C. comme Centre & de l'Intervale C. A. on decriroit un Arc sur lequel on porteroit de part & d'autre en E. & F. la Grandeur C. A. Puis on feroit aussi un Arc qui auroit pour Centre le Point D. & pour Intervale D. B. sur lequel on porteroit en G. & H. cet Intervale D. B. enfin prenés E. G. ou F. H. & de ces Points, faites des Arcs qui se coupent en I. & L. d'où comme Centres & du même Intervale faites les Arcs E. G. & F. H.

Problême 24.

Sur une Ligne droite A. B. construire une Parabole?

Elevés au milieu C. de cette Ligne l'Axe C. D. de la Parabole de la Grandeur qu'il vous plaira; & la divisez en autant de parties Egales que vous voudrez comme icy en 8. Par ces Points de division tirés des Lignes blanches Paralleles à la Base A. B.

Cela;

Cela ; fait tirés a part une Ligne arbitraire telle que *N. O.* sur laquelle vous prendrez une Grandeur à Volonté *N.* 2. & baisserez par le 2. cas du 2. Problême la Perpendiculaire *N. P.* egale a *N.* 2. & vous tirerez la Ligne droite *P.* 2. que vous porterez de *N.* en 3. Ensuite dequoy portez *P.* 3. de *N.* en 4. & *P.* 4. de *N.* en 5. ainsi de suite jusqu'a 8. qui est le nombre de parties egales en quoy l'Axe *C. D.* a êté divisée.

Ayant bien executé ce qui vient d'être dit : Du Point *N.* comme Centre & de l'Intervale *N. O.* faites un Arc de Cercle sur lequel vous porterez de *O.* en *R.* la demi Base *A. C.* de vôtre Parabole & tirez une Ligne droite de *N.* par *R.* Si ensuite de *N.* comme Centre vous faites des Arcs commençant aux Points 2-3-4-5-6-7- & 8. Et finissant à la Ligne *N. R.* les Soutendantes de ces Arcs seront les *Demi-ordonnées* de la Parabole : Ainsi la Soutendante de l'Arc 2. 2. sera pour la demy-ordonnée *E. H.* la Soutendante de l'Arc 3. 3. sera pour la demy-ordonnée *F. I.* la Soutendante de l'Arc 4. 4. sera pour la demy-ordonnée *G. K.* la Soutendante de l'Arc 5. 5. sera pour la demy-ordonnée *L. M.* & ainsi des autres, en faisant les demy-ordonnées de l'autre Côté de même Grandeur, de sorte que tirant une Ligne a la main en adoucissant par les Extremitez de ces *ordonnées*. On aura la Parabole dont la Base & l'Axe sont determinées.

Problême 25.

Sur une Ligne droite telle que *K. L.* construire une Hiperbole.

Au milieu *I.* elevés l'Axe *I. H.* de la Grandeur que

Vous voudrez & la divisez en tel Nombre de parties egales que vous jugerez a propos comme icy en 9. Et par ces Points de division tirez des Paralleles à la Base *K. L.* Puis faites a part la Ligne *B. G.* egale a la moitié *I. K.* de cette Base a l'Extremité *B.* de laquelle vous tirerez la Perpendiculaire *B. D.* Prenés *B. C.* à Volonté & decrivez un Demicercle qui ait pour Centre *C.* & pour Rayon *C. B.* Cela fait de *C.* comme Centre & Intervale *C. G.* faites un quart de Cercle *G. D.* Puis divisez le Reste *A. D.* de la Ligne en autant de parties egales qu'en a l'Axe de l'Hiperbole c'est a dire en 9. Si du Centre *C.* & par tous cés Points vous faites passer des Arcs de Cercle ils couperont *B. G.* a des Points qui determineront les Demi-Ordonnées de l'Hiperbole. Ainsi portant *B.E.* de *M.* en *N.* & *B. F* de *O.* en *P.* de même que *B.R.* de *S.* en *V.* & ainsi des autres. Faisant la même chose de l'autre Côté on aura les Extremitez des Demi-Ordonnées par ou faisant passer une Ligne adoucie a la main. On aura l'Hiperbole. Sur quoy l'on remarquera que plus l'Axe de l'Hiperbole, de même que de la Parabole a de parties egales & plus cés Figures sont belles.

2. Que si on proposoit de construire un Plan spiral sur une Ligne droite telle que *A.B.* il faudroit d'abord decrire dessus un Demy-Cercle aprés quoy l'ayant diminuée de *A.* en *C.* d'une partie a volonté comme icy d'un sixiême, on feroit un autre Demy-Cercle sur *C. B.* puis un autre sur *C. E.* Et ainsi de suite en diminuant toûjours d'un sixiême de *A. B.* jusqu'a ce que les Revolutions de la Spirale soient toutes achevées.

PRATI-

PRATIQUES DES POLIGONES REGULIERS.

Problême 26.

Sur une Ligne droite telle que *A. B.* conſtruire un Triangle quel qu'il ſoit?

1. Si on le veut Equilateral. Il faut des Extremités *A.* & *B.* & de la Longueur de la Ligne *A. B.* faire deux Arcs de Cercle qui ſe couperont en *C.* d'où tirant des Lignes droites en *A.* & *B.* on aura le Triangle Equilateral *C. A. B.* (C'eſt la premiere du 1.)

2. Que ſi on demandoit un Triangle Iſoſcelle. Il faudroit des mêmes Extremités *A.* & *B.* & d'un Intervale plus ou moins grand que cette Ligne faire deux Arcs ſe coupant en *D.* d'où tirant des Lignes droites en *A.* & *B.* on aura le Triangle Iſoſcelle. (Tiré de la 5. du 1.)

3. Enfin ſi l'on propoſoit un Triangle Scalene. Du Point *A.* comme Centre & d'un Intervale plus grand que la Ligne *A. B.* faites un Arc de Cercle vers *E.* aprés quoy de *B.* pour Centre & d'un Intervale moins grand que la même Ligne *A. B.* faites un autre Arc qui coupera le premier en *E.* d'où vous tirerez des Lignes droites en *A.* & *B.* (Tiré de la 22. du 1.)

Problême 27.

Sur une Ligne droite *F. G.* conſtruire un Quarré?

1. Elevez par le ſecond Problême à l'Extremité *F.* la Ligne *F. H.* Perpendiculaire & egale a *F. G.* aprés quoy des

des Points *G.* & *H.* comme Centres & de l'Intervale *F. G.* faites deux Arcs qui se couperont en *I.* d'où tirant des Lignes droites en *G.* & *H.* on aura le Quarré. (Tiré de la 46. du 1.)

2. Si aulieu du Côté on donnoit la Longueur de la Diagonale *L. M.* pour construire le Quarré.

Il la faudroit par le premier Problême couper en deux egalement en *P.* & a plomb par le moyen de la Ligne *N. O.* qu'on determinera de *P.* en *N.* & de *P.* en *O.* d'une Grandeur egale a *P. L.* ou *P. M.* Car tirant deux Lignes droites des Extremités aux autres on aura le Quarré. (Ce qui depend de la 4. du 2.)

Problême 28.

Sur une Ligne droite *A. B.* faire un Quarré-long ou Rectangle?

1. Elevez à l'Extremité *A* de cette Ligne une Perpendiculaire *A. C.* que vous determinerés plus ou moins grande que *A. B.* cela fait du Point *C.* comme Centre & de l'Intervale *A. B.* faites un Arc vers *D.* & du Point *B.* Intervale *A. C.* faites en un autre qui coupe le premier en *D.* d'où vous tirerés des Lignes droites en *C.* & *B.* (Tiré de la 11. & de la 31. du premier.)

2. Que si au lieu d'un Quarré-long; on proposoit de faire un Parallelogramme oblique sur la Ligne *E. F.*

Il faudroit tirer la Ligne *E. G.* faisant avec *E. F.* un Angle aigu ou emoussé & la determiner aussi plus ou moins grande que cette même Ligne *E. F.* ensuite du Point *G.* comme Centre & de l'Intervale *E. F.* faites un Arc vers *H.* & du Point *F.* Intervale *E. G.* faites un autre

Arc

Arc qui coupera le premier en *H.* d'où tirant des Lignes en *F.* & *G.* on aura la Figure proposée ?

Problême 29.

Sur une Ligne droite *A. B.* faire un Lozange ou Rhombe ?

1. Tirés la Ligne *A. C.* egale à la Ligne *A. B.* & faisant avec elle un Angle aigu ou emousse ; Ensuite des Points *C.* & *B.* comme Centres & de l'Intervale *A. B.* faites deux Arcs qui se couperont en *D.* d'ou tirant des Lignes droites en *C.* & *B.* on aura un Lozange.

2. Mais si on vouloit un Rhomboide. Il faudroit faire un Parallelogramme oblique comme au deuxiême cas du precedant Problême, car cette Figure est Rhomboide.

3. Que s'il faloit faire un Trapeze ; Il n'y auroit qu'à tirer quatre Lignes droites, concourant de maniere qu'elles ne fissent tout au plus que deux Angles droits & qu'il n'y eut au plus que deux de ces Lignes Paralleles entr'elles, ainsi que la Figure *E.*

Enfin on feroit un Trapezoide en tirant quatre Lignes droites lesquelles ne forment tout au plus qu'un Angle droit & qui ne soient point Paralleles comme *F.*

Problême 30.

Sur une Ligne droite *A. B.* construire un Polygone regulier de tant de Côtés qu'on voudra ; par exemple icy un Pentagone ?

1. Elevez pour cet effet au Point *A.* la Ligne *A. C.* egale & perpendiculaire à la Ligne *A. B.* & divisés le Quart de Cercle *B. C.* qui les joint, en autant de parties

F egales

egales que vous voulez que vôtre Figure ait de Côtés comme par exemple icy en cinq. Cela fait portés la Distance qu'il y a entre la quatrième de ces parties, & l'Extremité *C.* de l'Arc ; de *C.* en *D.* sur l'Arc continué ; Et tirés la Ligne *A. D.* ce sera un Côté du Pentagone. Faites en autant à l'Extremité *B.* pour avoir le Côté *B. E.* Enfin des Points *D.* & *E.* comme Centres & de l'Intervale d'une de ces Lignes, faites des Arcs se coupant en *F.* d'ou l'on tirera des Lignes en *D.* & *E.*

2. Si au lieu d'un Pentagone on proposoit de faire un Eptagone regulier sur la Ligne *A. B.*

Il faudroit diviser le Quart de Cercle *B. C.* en sept parties egales & porter l'Intervale qu'il y à entre la quatrième de cés parties & l'Extremité *C.* de l'Arc ; de *C.* en *D.* & tirer la Ligne *A. D.* On en fera autant en *B.* pour avoir *B. E.* & ces deux Lignes feront des Côtés d'Eptagone ; Enfin on fera les mêmes pratiques aux Extremités *D.* & *E.* pour avoir les Côtés *E. G.* & *D. F.* des extremités desquels. & de l'un de cés Intervales on décrira deux Arcs en *H.* & par ce moyen on aura la Figure demandée en tirant des Lignes d'un Point à l'autre.

Remarque.

Bien qu'il y ait diverses autres manieres de resoudre cette Proposition, je m'attache pourtant à celle cy comme étant la plus simple & la plus aisée, l'on doit seulement

lement se souvenir que l'Arc du Quart de Cercle se divise en autant de parties egales qu'on veut que la Figure ait de Côtez. Et que l'espace qu'il y a entre le quatriéme Point de Division & le Bout du Quart de Cercle se porte sur cet Arc continué.

Problême 31.

Sur une Ligne droite telle que *A. B.* construire un Polygone semblable au Polygone irregulier *C. D. E. G. H. I.* & disposé de même façon?

Faites les Angles *A.* & *B.* egaux aux Angles *G.* & *H.* ainsi que l'enseigne le douziéme Problême & determinés les Lignes *A. O.* & *B. L.* d'autant de parties d'une *Echelle* que les Lignes *G. E.* & *H. I.* qui leur sont relatives ont de toises sur le terrain, ou de parties de leur Eschelle. Ensuite de quoy vous ferés les Angles *O.* & *L.* egaux aux Angles *E.* & *I.* Et vous determinerés les Lignes *O. N.* & *L. M.* d'autant de parties de la même Eschelle que les Lignes *E. D.* & *I. C.* ont de toises. Enfin tirés la Ligne *M. N.* vous aurés par ce moyen une Figure sur *A. B.* semblable & disposée comme l'autre.

Remarque.

C'est de cette Methode ou d'une Equiva-

lante qu'on se sert pour lever le Plan d'une Place, ou d'un Espace qu'on veut mesurer, ou en avoir la Figure en raccourcy. J'expliqueray a fonds cette matiere au Traitté de Fortification que je prepare.

AVERTISSEMENT.

Aprés avoir fait la Distribution des Problêmes de ce Livre m'estant ressouvenu de la Proposition qui suit, dont l'usage est trés necessaire, j'ay crû qu'elle ne pouvoit être mieux placée qu'en cet endroit.

POUR faire une Figure plane semblable à une autre laquelle contienne cette autre ou y soit contenue tant de fois qu'on voudra?

1. Supposons en premier lieu qu'il faille faire un Eptagone irregulier semblable au donné *A.* Et qu'il le contienne tant de fois qu'on le jugera a propos, par exemple icy cinq fois. Il n'y a qu'à porter un Côté tel que *B. C.* du Poligone donné *A.* sur une Ligne droite indeterminée *D. E.* autant de fois que vous voulez que le Polygone a faire contienne celuy qui est fait. en *G* en *H.* en *I.* en *L.* & en *E.* Si vous trouvés une Ligne moyenne Proportionnelle entre *B. C.* & *D. E.* ainsi qu'il est enseigné au 3. cas du 5. Problême & que vous fassiez sur cette moyenne un Eptagone semblable au donné *A.* en vous servant de la

de la Methode du Problême precedant. Ce Poligone contiendra cinq fois le marqué *A*.

2. Que si on vouloit que le Poligone a faire ne fût que partie de celui qui est fait. Comme si on proposoit par exemple, de décrire un Pentagone semblable au marqué *M*. mais qui n'en fût que le tiers. On diviseroit l'un des Côtés de ce Poligone, tel que *N. O.* en autant de parties egales que le Poligone a faire doit être contenu dans le fait. C'est a dire icy en trois. Cela fait trouvés par le même 3. cas du 5. Problême une moyenne Proportionnelle entre *N. O.* & son tiers *N. P.* Si vous faites par le Problême precedant sur cette moyenne. Un Pentagone semblable au donné *M*. il n'en sera que le tiers.

Remarque.

Ceux qui travaillent à l'augmentation ou a la diminution des Figures superficieles. Comme de reduire les Plans de petit en grand ou de grand en petit, doivent bien posseder cette Proposition pour la Construction de leurs Eschelles. Car la plus part font de lourdes fautes sur cet Article, s'imaginant qu'en doublant l'Echelle de la Figure qu'on leur donne, ils feront une Figure double de celle, dont cette Eschelle est

 la me-

la mesure. Mais la chose n'est pas ainsi, puis que la Figure faite sur l'Echelle double de l'autre, contient cette autre quatre fois. Parce que les Poligones semblables sont en raison doublée de leurs Côtés correspondans ainsi que l'enseigne la 20. du 6. d'Euclide.

INSCRIPTION ET DESCRIPTION DES POLYGONES REGULIERS DEDANS ET AUTOUR D'UN CERCLE.

AINSI QUE D'UN CERCLE DEDANS ET AUTOUR D'UN POLYGONE REGULIER.

Problême 32.

Dans un Cercle inscrire tel Polygone regulier qu'on voudra?

1. Tirés dans ce Cercle un Diametre *A. B.* que vous diviserés par le premier Problême en autant de parties egales qu'on veut que le Polygone ait de Côtés, par exemple icy en cinq; Puis des Extremités *A.* & *B.* Et d'un Intervale egal au Diametre, faites des Arcs se coupant en *C.* d'où l'on tirera une Ligne droite passant par le Point *D* seconde partie du Diametre divisé qu'on prolongera jusqu'à la Circonference du Cercle en *E.* la distance *A. E.* sera

sera la cinquiéme partie de la Circonference. Laquelle étant portée cinq fois dessus, & tirant des Lignes droites d'un Point à l'autre, ce sera ce qu'il faut.

2. Si au lieu d'un Pentagone on demandoit d'inscrire un Eptagone regulier. Il faudroit seulement diviser le Diametre en sept parties egales, & tirer la Ligne qui part de *C.* pour aler en *E.* par la seconde partie *D.* du Diametre. Car la distance *A. E.* étant portée sept fois sur la Circonference, la divisera justement en sept parties egales de sorte que tirant des Lignes droites de ces Points aux autres, on aura l'Eptagone demandé.

Remarque.

Comme cette Pratique est generale pour l'Inscription des Polygones reguliers, je n'en donneray point d'autre. On observera seulement, que le Diametre se divise toûjours, en autant de parties egales qu'on veut que la Figure ait de Côtés, & que la Ligne partant de C. pour aller en E. doit de necessité passer par le second Point de division qui est icy D.

Problême 33.

Au tour d'un Cercle décrire tel Polygone regulier qu'on voudra.

1. Divisez

1. Divisez la Circonference de ce Cercle en autant de parties egales que vous voulez que vôtre Polygone décrit ait de Côtés (comme par exemple icy en sept) ainsi que l'enseigne le precedant Problême, ou par quelque autre Methode ; Aprés quoy du Centre *A.* tirés des Lignes droites aux Points de division *B. C. D. E. F. G. H.* à l'Extremité desquelles vous eleverez par le 2. ou 3. cas du second Problême des Perpendiculaires prolongées de part & d'autre ; leurs rencontres *I. K. L. M. N. O. P.* formeront l'Eptagone regulier.

2. Que si on avoit voulu décrire un Pentagone regulier au tour du Cercle. Il auroit falu diviser la Circonference, seulement en cinq parties egales, & faire le reste comme je viens de le dire.

Problême 34.

Dedans & au tour d'un Polygone former un Cercle?

1. Cherchez premierement le Centre de ce Polygone ainsi que l'enseigne la remarque suivante. Aprés quoy si on veut inscrire le Cercle dans le Polygone, abaissez du Centre *A.* une Ligne *A. B.* Perpendiculaire sur l'un des Côtés tel que *C. D.* si de *A.* & Intervale *A. B.* vous décrivés un Cercle il sera renfermé dans son Polygone.

2. Mais si on veut que le Cercle soit autour du Polygone, Il faut du Centre *A.* tirer une Ligne droite a l'un des Angles *E.* de la Figure, ensuite de *A.* comme Centre & de l'Intervale *A. E.* faire un Cercle, Il sera au tour du Polygone.

Remar-

Remarque.

Le Centre d'un Polygone regulier se trouve, quand les Côtés qui le forment sont en nombre pair. En tirant des Lignes droites de deux Angles G. & I. de ce Polygone; à leurs opposez L. & M. Car le croisement K. de ces deux Lignes est le Centre. Mais si le nombre des Côtés du Polygone regulier est impair. On en divisera deux tels que N. O. & N. P. chacun en deux parties egales; d'où l'on tirera des Lignes droites à leurs Angles opposés R. S. Car le croisement T. sera le Centre.

AVERTISSEMENT.

Les trois precedans Problêmes êtant generaux, c'est a dire propres à toutes sortes de Figures regulieres. Je ne descendray point dans le particulier de chaque Figure pour ne pas charger d'inutilitez la memoire du Lecteur. Il y à plusieurs Problêmes pour l'inscription &

pour la Description des Polygones au tour & dedans les uns des autres. Que je n'explique point. Par ce que je ne donné dans cette Geometrie, que des pratiques d'usage.

DU CHANGEMENT DES FIGURES.

Problême 35.

Elever ou abaisser un Triangle à la Hauteur qu'on voudra ?

1. Si on veut elever le Triangle *A.B.C.* à la Hauteur de la Ligne *D. E.* & que la Superficie n'en soit ni augmentée ni diminuée. Il faut premierement elever la Hauteur *D. E.* à plomb sur la Base *B. C.* prolongée & tirer par le Point *E.* la Ligne *E. F.* Parallele à la Ligne *B. C.* que l'on continuera jusqu'à ce qu'elle rencontre *B. A.* prolongée, ce qui ne peut être qu'au Point *F.* duquel menant une Ligne droite en *C.* vous tirerez ensuite, par le point *A.* la Ligne *A. G.* Parallele à la Ligne *F. C.* Enfin si vous tirez *F. G.* vous aurés le Triangle *F. G. B.* Egal au Triangle *A. B. C.* & qui aura pour Hauteur *D. E.*

2. Que si au contraire il faloit abaisser un Triangle tel que *H. K. I.* à une Hauteur telle que *L. I.* Il n'y auroit qu'à mener par le Sommet *L.* de cette Ligne une Parallele à la Base *I. K.* laquelle coupera l'un des Côtez du Triangle en *O.* d'ou l'on tirera une Ligne droite au Point

Point *K.* Si ensuite on tire par le Point *H.* une Ligne *H. M.* Parallele à la Ligne *O. K.* & prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre la Base prolongée en *M.* Et qu'enfin on tire la droite *O. M.* on aura le Triangle *O. M. I.* égal à l'autre *H. K. I.*

Remarque.

Ce Problême paroit d'abord n'être d'aucune utilité. Cependant il est indispensable dans la Division des Figures, ai[illegible] qu'en plusieurs autres pratiques de Compas qui seront expliquées ensuite.

Problême 36.

Faire un Triangle égal à une Figure donnée?

1. Si on veut que le Triangle proposé à faire soit égal à un autre Triangle; Il n'y a qu'à savoir, si on le veut rectangle ou non. Car si on veut un Triangle rectangle qui soit égal à l'Isoscelle *A. B. C.* il ne faut du Sommet *A.* que tirer une Ligne droite au Point *D.* milieu de la Base, & prolonger cette Base de *B.* en *E.* d'une Grandeur égale à *D. B.* Car tirant la Ligne *A. E.* on aura le Triangle rectangle *A. E. D.* égal à l'Isoscelle *A. B. C.*

2. Mais; Si on veut un Triangle Scalene Oxigone égal à l'Isoscelle *H. I. K.* Menez par le Sommet *H.* la Ligne *G. F.* Parallele à la Base *I. K.* sur laquelle vous prendrés un Point tel que *G.* mais de façon que les Lignes que vous voudrez tirer aux Extremitez de la Base *I. K.* fassent des Angles aigus, Afin d'avoir un Triangle Oxigone Scalene *G. I. K.*

3. Què si on veut un Triangle Equilateral égal au Triangle Scalene proposé *L. M. N.* il faut premierement par le troisiéme cas du 38 Problême, faire un Quarré *N. P.* égal à ce Triangle Scalene. Et construire un Triangle Equilateral sur la Base *M. N.* qu'on reduira aussi en un Quarré *R. T.* ainsi que l'enseigne le même cas du même Problême. Si aprés cela on cherche par le 2. cas du 5. Problême une Ligne *X. Y.* quatriéme Proportionnelle aux Trois Lignes *R. S. M. N. N. O.* Et qu'on fasse sur cette quatriéme Proportionnelle le Triangle Equilateral *Z. X Y.* il [illegible] égal au Triangle donné *L. M. N.*

4. De plus si on veut que le Triangle soit égal à un Cercle proposé. Il faut seulement à l'Extremité *B.* du Rayon *A. B.* Elever par le 2. ou 3. cas du cinquiéme Problême la perpendiculaire *B. C.* égale à la Circonference du Cercle. Car en tirant une Ligne droite de *A.* en *C.* on aura le Triangle *A. B. C.* égal au Cercle, ce qui est conforme aux principes d'Archimede.

5. Mais si on vouloit faire un Triangle égal à un Quarré ou à un Quarrélong. Il faudroit premierement prolonger la Base *B. C.* de cette Figure en *E.* d'une Grandeur qui luy soit égale, & tirer des Lignes droites de *A.* en *C.* & *E.* pour avoir un Triangle Isoscelle égal au Quarré ou Quarrélong. Ou bien de *D.* en *E.* seulement pour avoir le Triangle *D. E. C.* égal à la même Figure. (Tiré de la 42. du 1.)

6. Que s'il faloit faire un Triangle égal à un Parallelogramme oblique, l'on se serviroit de la même pratique; qui vient d'être expliquée, ainsi qu'on le voit au Lozange & au Rhomboide, marquez *F.* & *G.*

7. S'il étoit proposé de faire un Triangle égal au

Trapeze

Trapeze irregulier *G. I.* Il faudroit d'abord tirer la Diagonale *F. H.* & ensuite par le Point *I.* sa Parallele *I. L.* prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontrât *G. H.* aussi prolongée en *L.* car en tirant la Ligne *F. L* on aura le Triangle *F. G. L.* égal au Trapeze donné. (Ce qui dépend des Maximes & de la 36. du 1.)

8. Mais si on propose de faire un Triangle égal à un Polygone irregulier de tant de Côtez qu'on voudra, comme par exemple à l'Exagone *A. B. C. D. F. G.*

On tire une Ligne de *A.* en *C.* & sa Parallele *B. H.* coupant la Base prolongée en *H.* Car ayant mené une Ligne de *A.* en *H.* on aura un Pentagone égal à la Figure donnée, qui sera par consequent diminuée d'un Angle. l'On doit continuer cette diminution d'Angle jusqu'à ce que toute la Figure soit reduite en un Triangle *A. H. I.* ainsi qu'on le verra encore mieux, à la Figure irreguliere de sept Côtez *K. L. M. N. O. P. Q.* Car on doit premierement tirer la Ligne *P. K.* & sa Parallele *Q. R.* si on mêne la Ligne *P. R.* elle diminuera la Figure proposée à reduire d'un Angle. Ainsi on aura un Exagone en place de l'Eptagone. Cela fait tirés une Ligne *O. R.* & par le Point *P.* sa Parallele *P. S.* si on mêne la Ligne *O. S.* la Figure sera encore diminuée d'un Angle & on aura un Pentagone. Ensuite tirés une Ligne de *N.* en *S.* & par le Point *O.* sa Parallele *O. T.* Si on mêne la Ligne *N. T.* la Figure sera reduite en un Trapeze, lequel on reduira en un Triangle comme il est dit à l'Article precedant. Par où l'on voit que toute la difficulté de cette Proposition, consiste à diminuer la Figure à reduire, d'un Angle à chaque operation, jusqu'à ce qu'elle soit reduite en Triangle.

Problême 37.

Faire un Quarrélong ou Rectangle égal à une autre Figure plane de quelle façon qu'elle puisse être?

1. Si on veut que le Quarrélong soit égal à un Triangle *A. B. C.* l'on doit se servir de cette pratique qui est generale pour toute sorte de Triangle. Abaissez une perpendiculaire de *A.* sur *B. C.* ainsi que l'enseigne le 3. Problême. Coupés la en deux parties égales au Point *E.* par lequel vous tirerez la Ligne *F. E. G.* Parallele à *B. C.* comme il est dit au 4. Problême: Si ensuite on tire par les Extremités *B.* & *C.* les Perpendiculaires *B F.* & *C. G.* elles donneront le Quarrélong *F. C.* égal au Triangle. (Ce qui est une suite de la 42. du 1.)

2. Que si l'on propose de faire un Rectangle égal à un Quarré *D. B.* On doit seulement considerer s'il est libre de faire le Quarrélong à sa volonté. Car en ce cas prolongez l'un des Côtés *A. B.* du Quarré jusqu'en *E.* d'une Grandeur égale à *A. B.* puis ayant divisé le Côté *A. D.* en deux également en *F.* tirés par le 4. Problême la Ligne *F. G.* Parallele & égale à la Ligne *A. E.* Enfin tirés *E. G.* vous aurez le Rectangle *A. G.* égal au Quarré.

3. Mais si la Longueur du Quarrélong qu'on veut être égal au Quarré donné *L. N.* étoit determinée, comme par exemple icy *H. I.* & qu'on voulut trouver le petit. Il faudroit prolonger l'un des Côtez du Quarré par exemple *K. L.* jusques en *P.* d'une Grandeur égale à la Ligne *H. I.* & de ce Point *P.* tirer une Ligne droite par l'Angle *M.* laquelle on prolongera jusqu'à ce qu'elle rencontre *K. N.* prolongée en *O.* la Distance *N. O.* sera le petit Côté du Rectangle *H. R.* (Cecy depond des 4. & 16. du 6.)

4. Si

4. Si on veut que le Quarrélong soit egal à un Parallelogramme oblique tel que *B. D.* ou *F. H.* Il ne faut qu'abaisser par le 3. Problême des Extremitez de la Ligne superieure, des Perpendiculaires sur la Base prolongée. Car elles formeront les Rectangles *A. K.* & *E. M.* Egaux à ces Parallelogrammes obliques. (Tiré de la 35. du 1.)

5. Mais, Si on vouloit faire un Rectangle egal à un Polygone de tant de Côtez & si irregulier qu'on voudra comme à ce Pentagone. On reduiroit premierement cette Figure irreguliere en un Triangle tel que *A. B. C.* ainsi qu'il est dit au dernier Article du precedant Problême, puis il faudroit faire par le premier cas de ce Problême icy un Quarrélong *B. D.* Egal au Triangle.

6. Enfin on fera un Quarrélong egal à un Cercle en donnant au petit Côté la Longueur du Rayon & au grand Côté la moitié de la Circonference.

Problême 38.

Faire un Quarré parfait egal à une Figure plane quelconque?

1. Si on veut que ce Quarré soit egal à un Cercle. Il faut par le premier Problême diviser son Diametre *A. B.* en 14. parties egales & au Point *C.* de la 11. partie elever par le second Problême la Perpendiculaire *C. D.* qu'on terminera à la Circonference du Cercle en *D.* d'où l'on tirera un Ligne droite en *B.* Si on fait un Quarré sur cette Ligne il sera egal au Cercle. (Suivant la 3. proposition de la dimension du Cercle.)

2. Que si on veut le Quarré egal a un Rectangle *B. D.* Cherchez par le troisiéme cas du cinquiéme Problême la Ligne *C. F.* moyenne Proportionnelle entre les Côtés

Côtés *B. C.* & *C. D.* du Rectangle: Si vous faites un Quarré *C. G.* sur cette Ligne *C. F.* il sera Egal à *B. D.* (Ce qui dépend de la 17. du 6.)

3. Mais si on propose de faire un Quarré Egal à un Triangle *G. H. I.* Reduisez premierement ce Triangle en Quarrélong, ainsi que l'enseigne le premier cas du Problême precedant, aprés quoy reduisez ce Quarrélong en un Quarré, comme il vient d'être dit à l'Article precedant.

4. Si l'on veut faire un Quarré egal à un Parallelogramme oblique. Il faut premierement par le 4. cas du Problême precedant le reduire en un Rectangle *K. L.* & faire ensuite un Quarré egal à ce Rectangle, ainsi que l'enseigne le second cas du present Problême.

5. Enfin si on veut faire un Quarré egal à un Polygone soit regulier, soit irregulier ? Reduisez premierement ce Polygone en un Triangle comme l'enseigne le 8. cas du 36. Probleme. Puis faites un Quarré egal au Triangle ainsi que l'enseigne le 3. cas de ce Probleme icy, ce Quarré sera egal au Polygone.

Remarque.

L'on voit par ce que je viens de dire, que la vraye Methode de faire un Quarré egal à une Figure. roule sur la Reduction de cette Figure en un Triangle.

Problême 39.

Faire un Cercle egal à une Figure Superficiele ?

1. Si

1. Si c'est à un Quarré qu'on veut que ce Cercle soit Egal. Il n'y a qu'à diviser la Diagonale *B. D.* du Quarré en dix parties egales, & en prendre 4. C'est à dire *B.F.* pour le Rayon d'un Cercle, lequel sera egal à ce Quarré. Parce que tout Cercle dont le Diametre contient huit, des parties d'une Diagonale de Quarré, divisée en dix parties egales, est egal à ce Quarré.

2. Ou bien, divisez le Côté d'un Quarré en huit parties egales, & en prenez 9. pour le Diametre d'un Cercle egal à ce Quarré. Mais la precedante pratique est plus exacte.

3. Que si vous voulez un Cercle egal à un Triangle ou à un Quarrélong, faites premierement un Quarré egal à ce Triangle ou à ce Quarrélong, ainsi qu'il est enseigné au 2. ou 3. cas du Problême precedant. Ensuite dequoy faites un Cercle egal à ce Quarré, comme il est dit au cas cy-dessus.

4. Enfin si on veut un Cercle egal à un Polygone quel qu'il soit; il faut en premier lieu par le 8. cas du 36. Problême, reduire ce Polygone en un Triangle, auquel on fera un Quarré egal, ainsi qu'il est dit au 3. cas du Problême precedant. Puis on fera comme il vient d'être enseigné un Cercle egal à ce Quarré.

DE L'AUGMENTATION DES FIGURES.

Problême 40.

Faire un Triangle egal à plusieurs Figures Superficieles?

Supposons qu'il faille faire un Triangle egal aux trois Plans *A.B.* & *C.* qui sont un Parallelogramme, un Trapeze, & un Polygone irregulier.

Reduisez d'abord chacune de ces Figures en un Triangle, ainsi que l'enseignent les 6,7, & 8. Cas du 36. Problême, puis mettez tous ces Triangles à la Hauteur de l'un d'eux par exemple de *D.E.G.* comme je l'ai dit au 1. ou 2. cas du 35. Problême; Cela étant fait, comme ces trois derniers Triangles sont de même Hauteur, on n'aura qu'à ajouter leurs Bases en une seule *E. F.* Et tirer des Lignes droites du Sommet *D.* de la Hauteur commune, aux Extremitez de la Base totale *E.F.*

Problême 41.

Faire un Quarré egal à plusieurs Figures Superficieles, comme par exemple au Cercle *A.* au Triangle *B.* au Rectangle C. & au Polygone irregulier *D.*

Pour bien executer cette pratique: reduisez chacune de ces Figures en Quarré, comme lenseignent les 1. 2. 3. & 5. cas du 38. Problême: Ensuite dequoy vous ferez un seul Quarré egal à tous ceux la comme il suit.

Faites un Triangle rectangle *E. F. G.* qui ait pour Côtez formant l'Angle droit. *F.* les Côtez des Quarrés, egaux au Cercle & au Triangle: Car faisant un Quarré sur *E. G.* il sera egal à cés deux Figures. Elevez ensuite sur le bout de *G.E.* la Perpendiculaire *G.H.* egale au Côté du Quarré fait egal à la Figure *C.* Si vous faites un Quarré sur *H. E.* il sera egal au trois Figures *A. B. C.*

Enfin elevés *H. I.* Perpendiculaire au bout de *E. H.* que vous determinerez egale au Côté du Quarré egal à la Figure *D.* Si vous faites un Quarré sur *E. I.* il sera egal aux quatre Figures données.

Problême

Problême 42.

Faire un Cercle egal à plusieurs Figures Superficieles telles que le Quarré *F.* le Trapeze *G.* le Parallelogramme *H.* & le Polygone irregulier *I.*

Reduisez par les 4. & 5. cas du 38. Problême ces Figures en des Quarrés, aprés quoy vous ferez par le precedant Problême un Quarré *M. N.* Egal à tous ces Quarrés & par consequent à cés Figures. Si ensuite vous faites (ainsi que l'enseigne le 39. Problême.) un Cercle egal au Quarré total, ce Cercle sera aussi egal aux Figures données.

DE LA DIVISION DES FIGURES.

Problême 43.

Diviser un Triangle en tant de parties egales, qu'on voudra, par des Lignes partant d'un Point donné?

1. Supposons qu'il faille du Point de l'Angle *A.* mener des Lignes droites qui partagent le Triangle *A. B. C.* en quatre parties egales. Divisez par le 3. cas du premier Problême le Côté *B. C.* opposé à l'Angle *A.* en autant de parties egales qu'on veut que le Triangle ait de portions; puis de ce Point *A.* tirés des Lignes droites aux Divisions *D. E. F.* elles partageront le Triangle comme on l'a demandé.

2. Mais si le Point d'où l'on veut que partent les Lignes de division étoit donné sur l'un des Côtez, comme icy en K. Il faudroit diviser le Côté *H. I.* sur lequel est le Point

donné, en autant de parties egales qu'on veut que le Triangle ait de portions (par exemple en trois) & des Points de Division *L.* & *M.* mener par le 4. Problême des Paralleles à la Ligne tirée du Point *K.* à l'Angle du Sommet *G.* ces Paralleles couperont les Côtez superieurs en *N.* & *O.* d'où tirant des Lignes droites au Point *K.* elles couperont la Figure comme il à été demandé.

3. Enfin si le Point d'où l'on veut que partent les Lignes de Division étoit dans le Triangle comme icy en *D.* Il faudroit diviser la Base *B. C.* en autant de parties egales qu'on veut que le Triangle ait de portions, par exemple en trois : Puis ayant tiré une Ligne *D. A.* du Point donné à l'Angle du Sommet : Menés par les Points de Division *E.* & *F.* des Paralleles coupant les Côtez superieurs en *G.* & *H.* Si vous tirés des Lignes droites de *D.* en *E.* & *G.* Vous aurés le Trapeze *B. E. D. G.* pour tiers du Triangle *A. B. C.* Et si vous meniez des Lignes droites de *D.* en *H.* & *F.* le Trapeze *H. D. F. C.* Seroit le second tiers; De sorte que le reste. C'est a dire le Triangle *D. E. F.* & le Trapeze *G. H.* seroit le troisiême. Mais comme ce dernier tiers est composé de deux Figures & qu'il faut qu'il ne le soit que d'une. Faites par le 1. ou 2. cas du Problême 35. rentrer le Triangle *H.D.I.* Egal au Triangle *D. E. F.* & qui ait pour Hauteur la Perpendiculaire *D. K.* par ce moyen on aura les Trapezes *G. I.* & *I. E.* qui seront chacun le tiers du Triangle. (Cette Proposition depend des 2, & 3. Maximes & de la 37. du 1. & premiere du 6.)

Problême 44.

Diviser un Quadrilatere en tant de parties egales qu'on

qu'on voudra par des Lignes qui partent d'un Point donné à Volonté ?

1. Supposons qu'il faille diviser le Trapeze *A. C.* en quatre parties egales par des Lignes qui partent de l'un de ses Angles *B*. Reduisez par le 7. cas du 36. Problème cette Figure en un Triangle *B. A. E.* dont vous diviserez la Base *A. E.* En quatre parties egales, qui est autant que vous voulez de Portions. Et ayant tiré une Diagonale *B. D.* menez par le Point *H.* sa Parallele *H. I.* ensuite dequoy, menez des Lignes de *B.* en *F.* en *G.* & en *I.* elles partageront la Figure en quatre parties egales.

2. Que si le Point étoit donné sur l'un des Côtez comme en *P.* du Quadrilatere *K. M.* Reduisez par le 7. cas du 36. Probleme. Cette Figure en un Triangle *K. L. O.* dont vous diviserez la Base en autant de parties egales que vous voulez de Portions (par exemple en trois.) Et ayant mené des Lignes droites du Point *P.* à ces Divisions *R. S.* Vous tirerez leurs Paralleles *K. T.* & *K. V.* coupant la Base en *T.* & *V.* Si vous tirés des Lignes droites de *P.* en *V* & en *T.* en arrêtant en *X.* On aura trois Portions egales.

3. Enfin si le Point étoit donné dans la Figure irreguliere *B. D.* comme icy en *A.* Il faudroit premierement reduire cette Figure. En un Triangle *B. C. F.* comme l'enseigne le 7. cas du 36. Problême. Dont on divisera la Base *C. F.* en autant de parties egales qu'on veut que le Trapeze ait de Portions (par exemple icy en trois) puis ayant tiré une Ligne droite de *A.* à Volonté en *G.* prolongez la jusqu'à ce qu'elle rencontre la Base en *K.* Cela fait reduisez le Trapeze *G. K. D. E.* en un Triangle *G. K. L.* Or comme ce Trapeze surpasse le Triangle *G. H. F.*

(qui est le tiers de toute la Figure C. E.) de la Valeur des deux petits Triangles G. K. H. & G. I. L. faites en un autre qui les egale tous deux; & qui n'ait pour Hauteur que la Ligne tombant de A. à plomb sur la Base *C. D.* ainsi que l'enseigne le 2. cas du Problême 35. Et portez la Base de ce nouveau Triangle de K. en M. d'où vous tirerez une Ligne droite en A. afin d'avoir le petit Pentagone G. A. M. D. E. pour un tiers de la Figure à partager. Ensuite abaissez par le second cas du Problême 35. le Triangle G. H. I. à la Hauteur de la Perpendiculaire tombant de A. sur C. D. Et portez la Base de ce nouveau Triangle de M. en N. sur la Base prolongée. Si vous tirés la Ligne A. N. Vous aurez le Triangle A. N. M. pour tiers de la même Figure à partager. Mais comme il faut faire rentrer le Triangle N. C. O. dans la même Figure, il n'y à qu'à mener N. P. Parallele à la Ligne C. A. Laquelle coupera un Côté en P. Si on tire la Ligne P. A. on aura le Trapeze A. P. C. M. pour le veritable second tiers, & le Trapeze P. G. pour le troisiême.

Problême 45.

Diviser un Polygone de tant de Côtez & si irregulier qu'on voudra, en plusieurs parties egales: par des Lignes partant d'un Point donné à volonté?

1. Supposons qu'il faille diviser le Pentagone irregulier A. B. C. D. E. en quatre parties egales par des Lignes partant d'un de ses Angles B. Reduisez par le 8. cas du Problême 36. ce Polygone en un Triangle B. C. F. dont vous diviserez la Base en quatre parties egales aux

aux Points G. H. I. Et tirez une Ligne droite de B. en G. Vous aurez le Triangle B. C. G. pour le Quart du Pentagone. Parce qu'il l'est du Triangle B. C. F. Cela fait. tirés la Ligne B. H. qui donnera le Triangle B. G. H. pour un Quart du même Pentagone. Mais comme le Triangle L. D. H. se trouve dehors la Figure, faites l'y rentrer: ce qui est facile en tirant H. K. Parallele à D. B. Car menant la Ligne B. K. on aura le Trapeze B. G D. K. pour le second Quart; Enfin reduisez le Trapeze B. K. E. A. en un Triangle dont vous diviserez la Base K, M. en deux Egalement en N. Si vous tirés la Ligne B. N. Vous aures le Triangle B. K. N. pour le troisiéme Quart, & le Trapeze B. N. E. A. sera le quatriême.

2. Mais si le Point étoit donné sur l'un des Côtez comme en G. de l'Exagone irregulier; On reduiroit premierement ce Polygone en un Triangle A. H, I. par le 8. cas du Problême 36, & on diviseroit la Base H, I. en autant de parties égales qu'on voudroit de portions (par exemple icy en 5. en K. L. M. N.) Cela fait: reduisez par le second cas du Probleme 35. le Triangle A. H. K. qui est la 5. partie du Triangle total & par consequent du Polygone à diviser, à la Hauteur de la Ligne tombant à plomb de G. sur H. I. ce Triangle sera le marqué G. K. Q. dans la Figure separée. Si vous portez la Base K. O. de C. en O. dans la grande Figure, & que vous tiriez la Ligne G. O. Vous aurez le Triangle G. C. O. pour la 5. partie du Polygone irregulier.

En second lieu, faites la Ligne O. P. egale à C. O. & tirez la Ligne G. P. afin d'avoir le Triangle G. O. P. qui seroit aussi un 5. du Polygone. Mais il faut faire rentrer le Triangle R. D. P. dans la Figure. En tirant P. S. Parallele à G. D. Car si on méne la Ligne G. S. on aura le Trapeze G, O. D, S. pour le second cinquiême. De

De plus faites en prolongeant D. E. le Triangle G. S. T. Egal au reste du Polygone, comme l'enseigne le 8. cas du Problême 36. Et divisez en la Base S. T. en trois parties egales, qui est la Quantité de Portions, qu'il vous faut encore. Si vous tirés une Ligne de G. en V. qui est l'un des Points de Division vous aurez le Triangle G. S. V. pour une des cinquiémes.

En quatriéme lieu tirez une Ligne de G. en X, Et faites rentrer le Triangle Z. E. X. en tirant X. Y, Parallele à G. E. Car menant une Ligne de G. en Y. on aura un Trapeze qui sera encore un cinquiéme de toute la Figure. De sorte que le petit Pentagone restant sera l'autre.

3. Enfin; Si le Point ètoit donné dans le Polygone comme par exemple en G. Et qu'on voulut diviser la Figure en quatre parties egales par des Lignes partant de ce Point.

Il faudroit reduire par le 8. cas du Problême 36. ce Polygone en un Triangle A. H. I. dont on divisera la Base en quatre Egalement aux Points K. L. M. Et abaissera, par le second cas du Problême 35. le Triangle A. H. K, (qui est le Quart du total A. H. I. Egal au Polygone) à la Hauteur de la Ligne tombant de G. sur la Base C. D. ainsi qu'on le voit à la premiere des deux Figures separées: puis on portera la Base de ce nouveau Triangle de C. en N. dans la grande Figure & l'on tirera la Ligne G. N. afin d'avoir le Triangle G. C. N. pour le premier Quart du Polygone; Cela fait portez la Ligne C. N. de N. en O. Et tirés la Ligne G. O. pour avoir un Triangle, lequel seroit aussi un Quart du Polygone. Mais comme il en sort de la Valeur d'un Triangle faites l'y rentrer. En

menant

menant O.R. Parallele à G. D. & tirant G.R. pour avoir un Trapeze N.R. qui est le quart de la Figure à diviser. De plus continués la Ligne D. E. & faites le Triangles G.S.R. égal au Triangle A.H.K. en abaissant ce dernier à la hauteur de l'autre, par le 2. cas du 35. Problême, puis faites rentrer le Triangle V.R.S. comme il a été dit plusieurs fois. Si vous tirez la Ligne G.X. vous aurez la Figure X.G.R.E.F. pour un quart du Polygone & le restant sera l'autre quart.

Problême 46

Diviser un Polygone quel qu'il soit par des Lignes droites partant d'un Point donné dehors cette Figure

Supposons en premier lieu qu'il faille diviser le Triangle rectangle A.B.C. en trois parties égales par des lignes droites partant du Point D. pris à volonté dehors cette Figure

Baissez de ce Point donné la ligne D.E. perpendiculaire sur C.B. prolongée; faites B.R. égale au tiers de B.A. menés la droite R.C. vous aurez le Triangle R.B.G. pour le tiers du total A.B.C. (par la 1. du 6.) Cherchez par le troisiême cas du 5. Problême B.O. moyenne proportionnelle entre B.C. & B.R. puis par le premier cas du même Problême, trouvés B. I. troisiême proportionnelle aux deux lignes B. E. & B. O. & par le troisiême cas du même 5. Problême cherchez B.K. moyenne proportionnelle entre D.E. & B.I. divisez B. I. en deux également en S. duquel Point comme centre & intervale S.B. faites un cercle coupant la ligne que vous aurés tiré de K. en S. au Point X. Si vous déterminez B. G. égale à K.X. & que vous tiriez la ligne droite D G. prolongée en H. le triangle G. B. H. sera le tiers du total A. B. C.

2. Mais si le triangle est oblique, abaissez les perpendiculaires A.E. & D. G. élevant aprés la perpendiculaire indéterminée B.Y. sur laquelle vous porterez de B. en R.

le tiers de la ligne E.A. tirant R. 4. parallele à B.E. si vous tirés 4. C. vous aurés le triangle 4. B.C. pour le tiers du total A.B.C. parce que B. 4. est le tiers de B.A. (par la 10. du 6.) Cherchez par le troisième cas du Problême 5. la ligne B.P. moyenne proportionnelle entre B.R. & B.C. & ayant fait A. 5. égale a D.G. menez la Ligne 5. L. parallele à E.B. Determinez ensuite G.M. égale à 5. L. & par le premier cas du cinquiême Problême faites que B.O. soit troisiême proportionnelle aux deux lignes B.M. & B.P. aprés quoy par le troisiême cas du même cinquiême Problême vous chercherez B.K. moyenne proportionnelle entre D.G. & B.O. Partagez B.O. en deux également en S. d'où comme centre & de l'intervale S.B. faites un Cercle dont la circonference sera coupée en X. par la ligne tirée de K. en S. prenez la longueur K.X. & la portez de B. en T. par lequel Point T. vous menerez T. Z. parallele à B.E. laquelle coupera A.B. au Point Z. Si du Point donné D. par Z. vous tirés une ligne droite prolongée en H. vous aurez le triangle Z. B. H. pour le tiers du total A. B. C. & par consequent égal au triangle 4. B.C.

Remarque.

Quelque fois le Point donné se trouve disposé de façon qu'il est sur le prolongement d'un des côtez du triangle, & quelquefois la ligne qu'on tire de ce Point donné, perpendiculairement sur un côté prolongé, tombe à l'Angle B. du triangle ou à un autre, mais toutes cés differences ne font rien à l'essentiel de la solution de ce Problême, dont je donnerai la demonstration cy-aprés, pour en faire voir la certitude, ce qui suffira pour se convaincre de la verité des autres Poligones dont je donneray la division, mais non pas les preuves de crainte de me rendre ennüyeux. Car aprés tout ces propositions peuvent arriver dans la pratique, mais elles ne sont pas ordinaires.

AVERTISSEMENT.

Comme je finissois de faire imprimer la page precedente, & que je me disposois d'en faire autant pour la Demonstration que j'y ai promise, je me suis determiné de la changer en ce qui suit, que je trouve estre moins embarassant & plus propre à la solution du Probleme que j'explique icy pour toutes sortes de Figures. Mais il faut pour cela avoir une connoissance exacte des deux Lemmes suivants, qui en font presque tout le fondement.

Lemme Premier.

Un Point tel que B. étant donné à volonté sur une Ligne droite L.G. determinée en L. & indeterminée vers G. On propose de trouver sur cette Ligne un Point D. en sorte que les parties LB. BD. LD. soient continuellement proportionnelles, c'est à dire que le raport qui se trouve entre LB. & BD. soit le même que celuy qu'il y a de BD. à LD.

Tirez à l'extremité L. la perpendiculaire LH. égale à LB. & faites un Cercle qui ait pour Diametre la même LB. aprés quoy ayant tiré une Ligne de H. passant par le Centre O. & prolongée en I. faites BD. égale à HI. je dis que par ce moyen LB. BD. LD. sont continuellement proportionnelles, ce que je démontre ainsi,

Le Rectangle de HI. & HE. égalant le quarré de HL. (36. 3.) il est certain que HE. est à HL. ou son égale LB. comme la même HL. ou LB. à HI. ou son égale BD. (14. 6.) & en composant (18. 5.) HE. plus LB. c'est à dire HI. ou son égale BD. est à LB. comme la même BD. est à LD. ce qu'il faloit démontrer.

Second Cas du premier Lemme.

En second lieu on supose un autre Point que B. tel qu'est par exemple C. pris de sorte qu'au lieu que dans le cas precedant c'est LB. qui fait la difference d'entre BD. & LD. Il faut que dans celuy cy LC. fasse la difference de CD. à LD. Pour y parvenir cherchez HL. moyenne proportionnelle entre LB. & LC. ainsi que l'enseigne le troisiéme cas du 5. Probléme & achevez le reste comme il a été dit cy-dessus excepté que c'est CD. & non BD. qu'on fait égale à HI. La preuve de cecy étant trés semblable à la precedente, je ne la donne pas afin d'éviter les redites.

Second Lemme.

D'un Point A. donné à volonté sur l'un des Côtez qui forment un Angle tel que BCD. mener une Ligne droite AE. qui forme un Triangle ACE. égal à un Triangle donné F.

Abaissez de ce Point A. une Ligne AG. perpendiculaire à CD. sur laquelle vous ferez un Rectangle GH. égal au Triangle F. ainsi que l'enseigne la (44. du 1.) Si vous portez deux fois GI. base de ce Rectangle de C. en E. & que vous tiriez la Ligne AE. vous aurez le Triangle ACE. égal au donné F. ce qui est évident; Car le Triangle ACE. ayant sa base CE. double de celle du Rectangle GH. & ces deux Figures étant entre les mêmes paralleles, il est certain qu'elles sont égales par consequence de la (42. du 1.) de sorte que ce même Triangle ACE. sera égal au donné F. par la premiere maxime du 1.

Second Cas du 2. Lemme.

Que si le Point étant donné dehors l'Angle ainsi qu'on voit par exemple icy K. lequel est dehors l'Angle LMN. on proposoit de tirer une Ligne KS. faisant un Triangle TMS. égal au donné O.

Il faudroit premierement tirer par ce Point donné K. la Ligne KP. parallele à la Ligne LM. continuée jusques à ce qu'elle rencontrât NM. prolongée. Aprés quoy on tireroit ainsi qu'il a été enseigné au cas precedant une Ligne KR. faisant le Triangle KPR. égal au donné O. Puis on détermineroit sur PN. un Point S. ensorte que PR. MS. PS. soient continuellement proportionnelles, ainsi qu'il est enseigné à l'un des cas du Lemme precedant suivant le besoin, cela étant bien executé, si on tire la Ligne KS. on aura le Triangle TMS. égal au donné O. ce que je démontre comme il suit. PR. MS. PS. étant continuellement proportionnelles, il est constant que PR. est à PS. en raison doublée de PS. à MS. Mais comme PR. est à PS. ainsi le Triangle KPR. au total KPS. par la 1. du 6. donc ces deux Triangles seront entr'eux en raison doublée de PR. à PS. Or par la construction les Triangles KPS. & TMS. sont semblables, donc par la (19. 6.) ils seront entr'eux en raison doublée de PS. à MS. ou comme de PR. à MS. à cause de la proportion continuë; ainsi le raport du Triangle TMS. au Triangle KPS. sera le même que du Triangle KPR. à KPS. d'où je conclus que les Triangles KPR. & TMS.

sont

sont égaux entr'eux & consequemment le Triangle T M S. est égal au donné O. ce qu'il faloit démontrer.

Ces deux Lemmes étant bien entendus, il sera facile de tirer d'un Point donné dehors une Figure, une Ligne droite qui en retranche telle partie qu'on voudra.

Ainsi supposons que d'un Point D. donné à volonté dehors un Triangle tel que A B C. il faille mener une Ligne droite, qui retranche par exemple le tiers de ce Triangle. Menez en premier lieu une Ligne droite de ce Point D. à l'Angle B. qui est son plus eloigné; Si cette Ligne fait A E. ou EC. d'un tiers de AC. on aura ce qu'on cherche par la (1. du 6.). Si non faites A G. du tiers de A C. & tirez la Ligne G B. afin d'avoir le Triangle A B G. d'un tiers du total A B C. Après quoy menez du Point D. une Ligne droite D H I. laquelle retranche de l'Angle ACB. un Triangle H C I. égal au Triangle ABG. ainsi que l'enseigne le second cas du Lemme 2. On aura ce qui est proposé & dont la demonstration est dans ce second cas.

Que si le Point D. étant donné dehors un parallelogramme soit rectangle ou oblique, on proposoit d'en tirer une Ligne droite qui retranchât telle partie qu'on voudroit de cette Figure, comme par exemple le tiers de celle qui est marquée 4. & le quart de celle qui est marquée 5. On n'auroit qu'à diviser le Côté I K. qui est vers le Point donné, en autant de parties égales qu'on veut de portions, de même que son opposé ou parallele L M. & ayant tiré des Lignes ponctuées d'une de ces divisions à l'autre il n'y a qu'à les partager chacune en deux également en N. par ou faisant passer la Ligne qui part de D. alant en O. on aura ce qu'on demande. Ce qui n'a pas besoin de demonstration étant trop évident.

Enfin si le Point donné D. étoit dehors un Polygone irregulier tel que le Pentagone A B C E G. & qu'on proposât d'en tirer une Ligne droite D L M. qui retranche de cette Figure telle partie qu'on voudra par exemple icy le tiers.

Reduisez ce Rectiligne ABCEG. en Triangles & en Trapezes, par des Lignes ponctuées tirées de ce Point D. aux Angles opposez BCE. & faites par les (44. & 45. du 1.) des Rectangles de même hauteur qui soient égaux à ces Triangles & Trapezes chacun à son correspondant. Puis mettez tous ces Rectangles d'égale hauteur sur une même Ligne droite

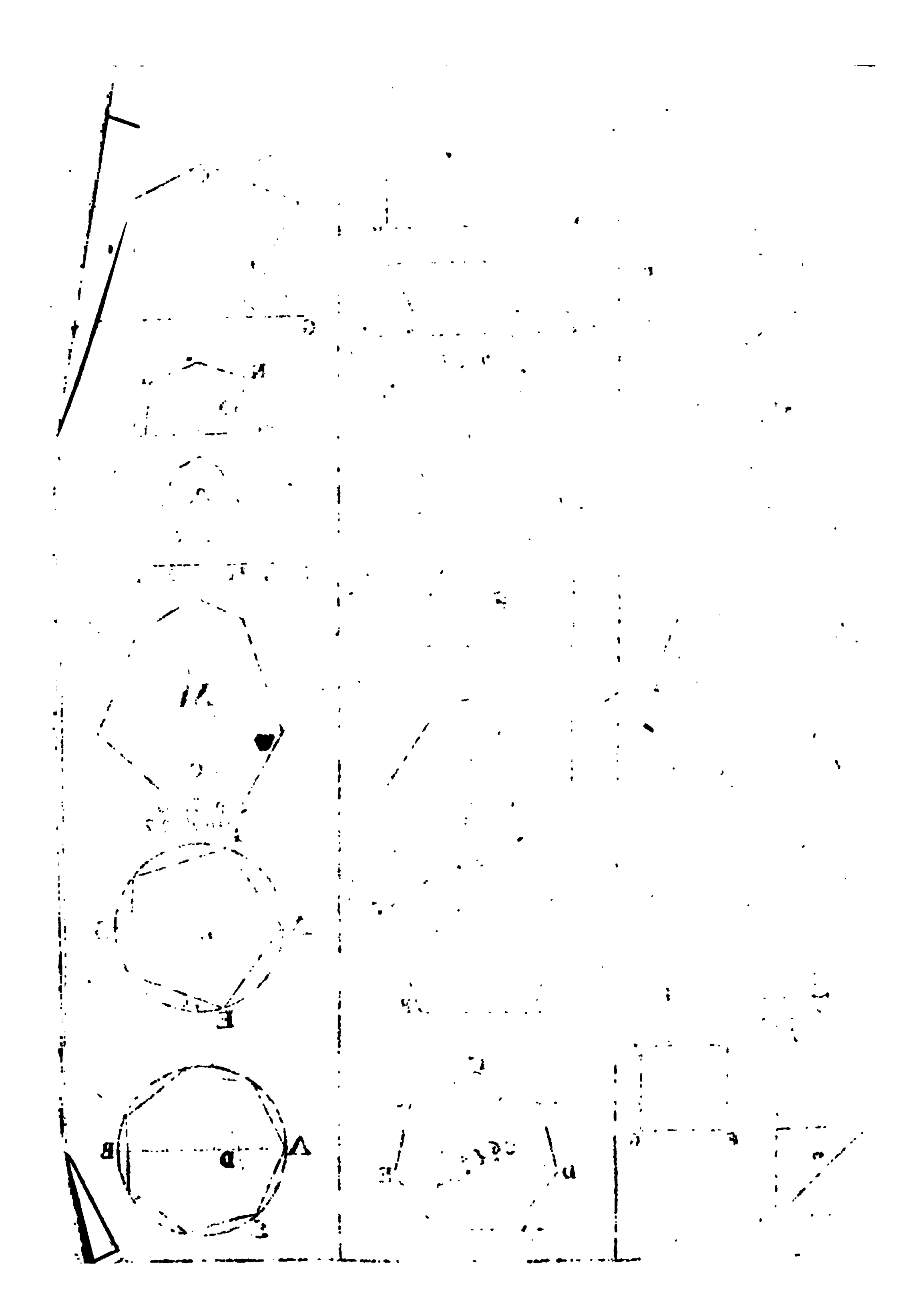
NX.

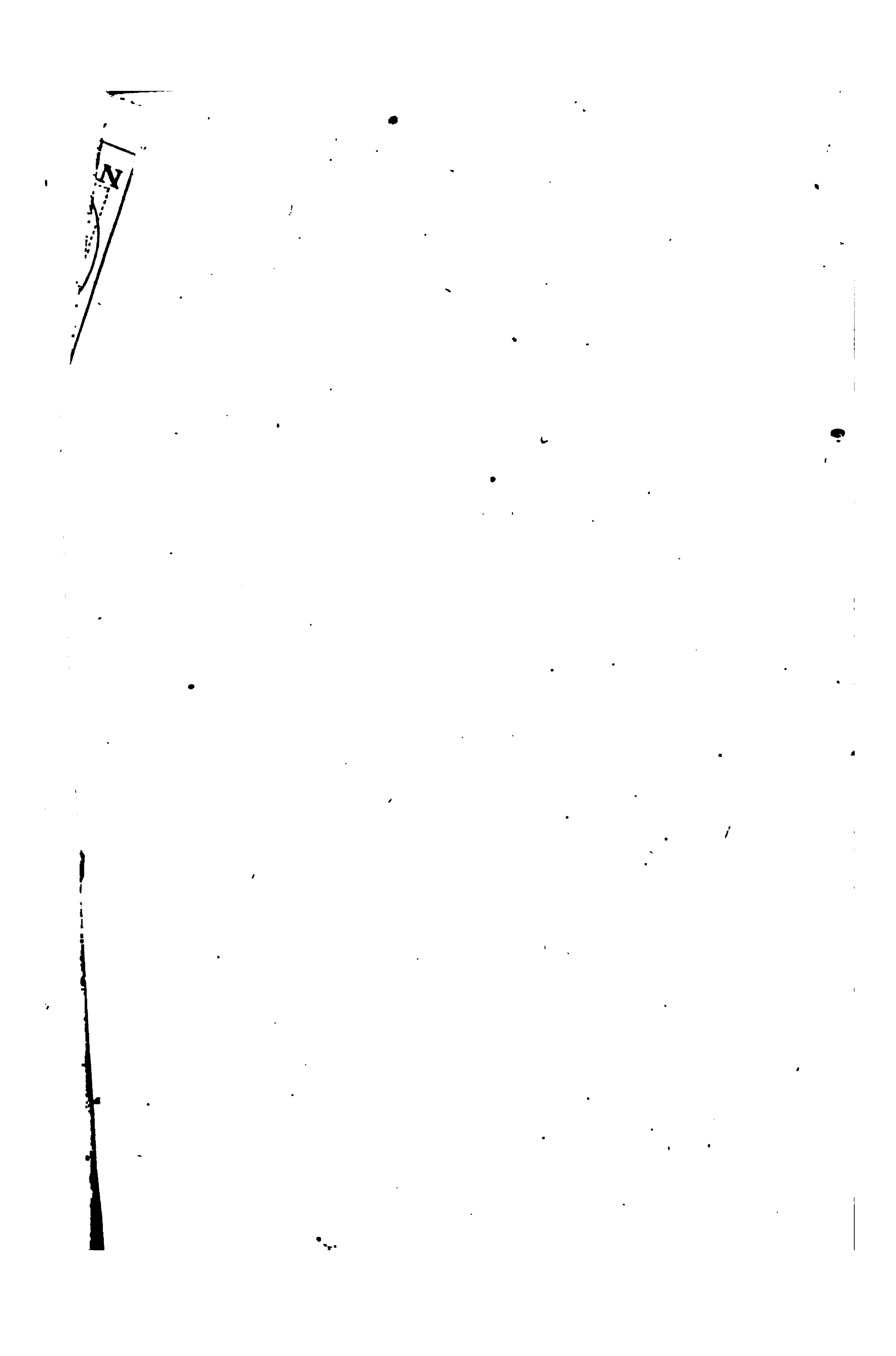
NX. en sorte que le Rectangle NQ. soit égal au Triangle BAH. & le Rectangle OT. égal au Trapeze CBHK. & ainsi des autres, parce moyen le Rectangle NY. égalera le Polygone donné. Maintenant puis que nous suposons vouloir le tiers de la Figure donnée ABCEG. prenons N. 2. du tiers de la Baze NX. du Rectangle NY. & si le Point 2. tombe sur l'un des Points de division ORS. le Problême sera resolu, parce que s'il tomboit par exemple sur O. comme NQ. seroit le tiers de NY. le Triangle ABH. seroit aussi le tiers de ABCEG. par la (7. max. du 1.) ce qui est évident.

Mais si le Point 2 ne tombe pas sur l'un des Points de division de la base NX. comme icy ou il tombe entre O, & R. menez la Ligne 2. 3. parallele à NP. pour avoir le Rectangle N, 3. du tiers de NY. Cela posé: puis que OR. est la base d'un Rectangle OT. égal au Trapeze BK. & que la Ligne 2, 3. que nous venons de tirer passe dans le Rectangle; Il s'ensuit que la Ligne de division, DLM. doit passer dans le Trapeze BK. & le diviser dans la même proportion que la Ligne 2, 3. divise le Rectangle OT. Il ne reste donc plus qu'à tirer la Ligne de division DLM. Mais il y a deux cas. Le premier est lorsque les Côtez CB. & GA. sont paralleles & l'autre quand ils ne le sont pas: Si ces Côtez sont paralleles, faites que comme OR. est à O. 2. ainsi HK. soit a HL. afin d'avoir le Point L. par lequel on fera passer une Ligne partant de D. & prolongée en M. ce qui donnera le Trapeze AM, pour le tiers du Polygone proposé ABCEG. Que si les Côtez CB. & GA. ne sont pas paralleles ils concourront à un Point tel que 4. étant prolongez, en ce cas faites sur NP. un Rectangle PZ. égal au Triangle AB, 4. ainsi que l'enseigne la (44. du 1.) aprés quoy par le second cas du second Lemme vous retrancherez de l'Angle C. 4, G. un Triangle M. 4, L. égal au Rectangle Z. 3. ou à un Triangle qui luy soit égal par le moyen d'une Ligne partant du Point D. & vous aurez ce qui avoit été proposé, cela est trés clair par ce qui a déja été demontré.

Remarque.

Il me paroît que j'ay traité le 45. Problême assez à fonds pour croire qu'il n'y reste aucune difficulté, non plus que sur les autres propositions de la pratique du compas, je finis donc icy le premier Livre dans lequel je crois avoir marqué tout ce qui est necessaire pour ce qu'on en doit sçavoir.





TRIGONOMETRIE RECTILIGNE, OU RESOLUTION DES TRIANGLES RENFERMEZ DE LIGNES DROITES.

LIVRE SECOND.

Definitions.

LA *Trigonometrie* est une Science, qui nous enseigne la maniere de trouver la valeur de quelques Côtez & de quelques Angles qui nous sont inconnus dans un Triangle; à l'aide de certaines Tables dressées pour ce sujet, appellées Tables de *Sinus*, *Tangentes*, & *Secantes*, & cela par le moyen de quelques Côtez & Angles qui nous sont proposez dans ce Triangle.

Je ne diray rien icy touchant la Nature de

ces Tables ni je n'enseigneray point la maniere de les dresser, parce qu'il il a plusieurs Livres qui en traitent à fonds; principalement celuy que Monsieur Hozannam Professeur en Mathematiques à Paris a fait imprimer depuis quelques années, qui est un ouvrage achevé en cette matiere, & où les Tables dont je viens de parler sont toutes dressées.

Nous avons six choses à considerer dans un Triangle sçavoir les trois Côtez & les trois Angles; Car, à l'égard des Côtez, il est Equilateral, ou Isoscelle, ou Scalene, & à l'égard des Angles, il est ou Rectangle, ou Oxigone, ou enfin Ambligone.

Il y a trois de ces six Termes, qui peuvent être donnez de maniere que par leur moyen on vient à la connoissance des trois autres, en se servant des Tables dont je viens de parler. Mais il faut, que dans les trois Termes qu'on nous propose il y ait au moins un Côté, c'est à dire, un Côté avec deux Angles, ou deux Côtez avec un Angle, ou bien enfin les trois Côtez. Car les trois Angles ne suffisent pas pour trouver la valeur des Côtez, parce qu'on peut former deux Triangles tels que A. B. C. & A. D. E. dont les Angles de l'un, soient égaux aux Angles de l'autre chacun à son correspondant, sans que pour cela les Côtez du premier soient égaux à ceux du second. Il est bien vray qu'on peut trouver la proportion de ces Côtez, mais non pas leur juste valeur.

2. *Arc de Cercle* est une partie de la Circonference de ce Cercle.

3. De-

3. *Degré* est un petit Arc de Cercle, qui contient la trois cent soixantième partie de sa Circonference.

4. *Minute* est un petit Arc de Cercle, qui contient la soixantième partie d'un Degré.

5. *Valeur d'un Arc de Cercle*; est la quantité de Degrez, ou de degrez & minutes que cet Arc contient.

6. *Complement d'un Arc* est ce qu'il faut de surplus à cet Arc pour achever le quart de Cercle: Ainsi l'Arc E I. est le complement de l'Arc B. F.

7. *Suplément d'un Arc* est ce qu'il faut de surplus à cet Arc pour achever le demy Cercle; Ainsi l'Arc F. I. A. est le suplément de l'Arc F. B.

8. *Mesure d'un Angle*; n'est autre chose que la quantité de Degrez ou de degrez & minutes, que l'Arc embrassé par les Lignes qui forment cet Angle peut contenir. Ainsi l'Angle F. C. B. est mesuré par la Quantité de Degrez, ou de degrez & minutes que l'Arc F. B. contient.

9. *Corde* ou *Soutendante* d'un Arc ou bien de l'Angle dont cet Arc est la mesure, n'est rien que la Ligne droite tirée de l'une des extremitez de l'Arc à l'autre extremité. Ainsi la Ligne droite F. G. est corde ou soutendante de l'Arc F. B. G. ou de l'Angle F. C. G. dont cet Arc est la mesure.

10. *Sinus droit d'un Arc*, ou de l'Angle dont cet Arc est la mesure, n'est que la Ligne droite qui tombe de l'une des extremitez du même Arc, perpendiculairement sur le Diametre qui passe à son autre extremité. Ainsi la Ligne F. H. qui tombe de l'extremité F. de

l'Arc F. B. perpendiculairement sur le Diametre A. B qui passe à l'autre extremité du même Arc, en est le Sinus droit, ou bien de l'Angle F. C. B. dont cet Arc est la mesure. De même la Ligne I. G. est Sinus droit de l'Arc I. F. B. ou de l'Angle I. C. B. dont cet Arc est la mesure.

Remarque.

Le Sinus droit d'un Arc est aussi Sinus droit de son Suplément au demy-Cercle. C'est à dire de l'Arc qui acheve la demy-Circonference. Ainsi la Ligne droite F. H. qui est Sinus droit de l'Arc F. B. l'est aussi de son Arc de Suplément F. I. A. ou de l'Angle F. C. A. dont cet Arc est la mesure; Ce qui est évident par la Definition du Sinus droit.

II. *Sinus verse d'un Arc*, ou de l'Angle dont cet Arc est la mesure, est la partie du Diametre comprise entre le Sinus droit & l'extremité de cet Arc. Ainsi la Ligne droite ou partie de Diametre H. B. est Sinus verse de l'Arc F. B. ou de l'Angle F. C. B. dont cet Arc est la mesure; Et la Ligne L. I. est aussi Sinus verse de l'Arc F. I.

Remarque.

Le Sinus verse d'un Arc étant joint au Sinus verse de son Suplément au demy-Cercle égale

égale toûjours le Diametre, Ainsi la Ligne B. H. qui est Sinus verse de l'Arc B. F. étant jointe à la Ligne H. A. qui est Sinus verse du Suplément F. I. A. égale le Diametre A. B.

12. *Tangente d'un Arc* ou de l'Angle que cet Arc mesure, est la Ligne droite élevée perpendiculairement au bout du Diametre lequel passe à l'une des extremitez de cet Arc, & prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre le Rayon du Centre, qui passant par l'autre extrémité du même Arc est aussi prolongé; Ainsi la Ligne B E. qui est perpendiculaire à l'extremité B. du Diametre A. B. & prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre le Rayon C.E. prolongé qui passe à l'autre extremité F. du même Arc, est la Tangente de l'Arc F.B. ou de l'Angle F. C. B. dont il est la mesure.

13. *Secante d'un Arc* ou de l'Angle que cet Arc mesure, est le Rayon ou demy Diametre qui passant à l'une des extremitez de l'Arc, va étant prolongé, rencontrer la Tangente. Ainsi la Ligne ou Rayon C. E. qui passe par l'extremité F. va étant prolongée rencontrer la Tangente au Point E, est la secante de l'Arc F. B.

Remarque.

Le Sinus total ou Sinus de l'Angle droit, est toûjours un demy Diametre. Ainsi le Rayon I. C. est Sinus droit de l'Angle droit I.C.B. ou bien de I. C. A. & ce Rayon ou Sinus total est divisé dans les Tables, dont je me

suis

suis servi en 10000000. de parties égales afin que les erreurs que j'aurois pu commettre dans les calculs que j'ay faits soient de moindre consequence que s'il étoit divisé en moins de parties égales.

AVERTISSEMENT.

Je suppose icy une fois pour toutes, qu'on sçache que les trois Angles d'un Triangle quel qu'il soit valent deux Angles droits. C'est à dire 180. Degrez, ainsi qu'il est demontré dans la 32. Proposition du premier d'Euclide.

Theoreme 1.

En tout Triangle rectangle l'un des Côtez C. B. qui forment l'Angle droit B. étant pris pour Sinus total l'autre Côté B. A. devient la Tangente de l'Angle opposé C. ce qui est bien évident, car la Ligne A. B. étant perpendiculaire à l'extremite de C. B. touche l'Arc de Cercle B. D. au seul Point B. (par la 16. du 3.)

De plus en tout Triangle rectangle A B. C. Il y a même rapport d'un des Côtez B. C. qui forme l'Angle droit B. à l'autre Côté B. A. que du Rayon C. E. à la Ligne E. F. Tangente de son Angle opposé C. ce qui est clair par la 4. du 6. d'Euclide parce que les deux Triangles C. B. A & C. E. F. sont semblables.

Enfin

Enfin dans le même Triangle rectangle, il y a même rapport du Côté B.C. à la Diagonale C.A. que du Rayon E.C. à la Ligne C.F. Secante de l'Angle C. (Ce qui se prouve par la même 4. du *6.*)

Corollaire 1.

Les Côtez C. B. & B.A. qui forment l'Angle droit B. d'un Triangle rectangle étant connus. On trouvera l'Angle C. en disant par Regle de trois:

Si le Côté C.B. 142. Toises ou Piés donnent le Côté B. A.106. Toises ou Piés, Que donnera le Sinus total. C'est à dire le Sinus de l'Angle droit B. La Regle de trois étant achevée il viendra au quatriéme Terme. La Tangente de l'Angle C.

Ou bien, ce qui est la même chose, Dites par Regle de trois. Si A.B. donne B.C. que donnera le même Sinus total? La Regle faite il viendra au quatriéme Terme la Tangente de l'Angle A.

Corollaire. 2.

En tout Triangle rectangle G.H.I. les deux Angles aigus G. & I. étant connus. Avec l'un des Côtez. On trouvera l'autre Côté. En disant par Regle de trois. Si le Sinus total, Donne la Tangente de l'Angle I. opposé au Côté G. H. qu'on cherche. Que donnera H. I. qu'on sçait être par exemple de 116. Piés? La Regle étant faite il viendra au quatriéme Terme la Valeur de H.G.

AVERTISSEMENT.

Je me suis servi dans les deux Corollaires precedans. Des Sinus, Logarithmiques *& des Tangentes Logarithmiques pour les Angles. De même que des Nombres Logarithmiques. Pour les Côtez, afin d'Eviter la Longueur qui est necessairement attachée aux Calculs ordinaires. Parce qu'icy au lieu de multiplier & diviser dans les Regles de trois, On ne fait qu'ajoûter & soustraire. J'en useray de même aux Corollaires qui suivront les trois Theoremes que je vais expliquer. Ainsi, quand je diray Si le Sinus droit d'un Angle me donne le nombre connu à son Côté opposé, je sous entendray toûjours le Sinus Logarithmique de cet Angle & le nombre Logarithmique de ce Côté.*

Je me serviray dans la suite en disposant mes Regles de trois, d'une maniere de parler qui pour être fort d'usage chez les Geometres ne laisse pas d'embarasser les commençans, parce qu'ils n'y sont pas acoutumez Cette maniere de parler est de dire par exemple.

Comme le Sinus d'un Angle est à son Côté opposé ainsi le Sinus d'un autre Angle sera à son Côté aussi opposé.

Cela,

Cela signifie la même chose que de dire. Si le Sinus d'un Angle donne la Valeur de son Côté opposé. Que donnera le Sinus d'un autre Angle?

Theoreme 2.

En quel Triangle que ce soit, par exemple *A. B. C.* Il y a même rapport du Sinus droit d'un des Angles *B.* à son Côté opposé *A.C.* Que du Sinus droit d'un autre Angle *C.* à son Côté opposé *A. B.* Et enfin que du Sinus droit de l'Angle *A.* à son Côté opposé *B. C.*

Pour demontrer ce qui est avancé icy: Faites du Point *B.* comme Centre & de l'Intervale *B. A.* un Arc de Cercle *A. D.* & baissez la Perpendiculaire *A. E.* qui sera par la 10. Definition de la Trigonometrie Sinus droit de l'Arc *A. D.* ou de son Angle opposé *B.* Cela fait prolongez *C.A.* Et determinés *C. G.* egale à la Ligne *A. B.* Puis du Point *C.* comme Centre & de l'Intervale *C. G.* faites l'Arc de Cercle *G. I.* Et baissez la Perpendiculaire *G. H.* laquelle sera par la même 10. Definition. Sinus droit de l'Arc *G. I.* ou de son Angle opposé *C.* Tout cela bien executé, je dis que le rapport de *A. E.* Sinus droit de l'Angle *B.* est au Côté *A. C.* opposé au même Angle, comme *G. H.* Sinus droit de l'Angle *C.* est au Côté *A. B.* opposé au même Angle *C.*

Car les Triangles *A. E. C.* & *G. H. C.* étant Equiangles. Il y aura par la 4. du 6. même rapport de *A. E.* Sinus droit de l'Angle *B.* à la Ligne *A. C.* qui luy est opposée, que de *G. H.* Sinus droit de l'Angle *C.* à la Ligne *G. C.* Ou bien *A. B.* son egale, & qui est le Côté opposé à l'Angle *C.* L'on peut prouver de la même façon. Que le Sinus droit de l'Angle B. est à son Côté opposé *A. C.*

 comme

Comme le Sinus de l'Angle B. A. C. est à son Côté opposé B. C.

Remarque.

Non seulement le Sinus droit d'un Angle est par ce Theoreme â son Côté opposé, comme le Sinus d'un autre Angle au Côté qui luy est aussi opposé. Mais il y a encore en alternant par la 16. du 5. même rapport du Sinus droit d'un Angle tel que B. au Sinus droit d'un autre Angle C. que du Côté A. C. opposé au premier Angle. Au Côté A. B. opposé au second Angle. Ou que du Sinus de l'Angle A. à celuy de l'Angle B. que du Côté B. C. au Côté A. C. Et en renversant les termes, il y aura aussi même rapport du Côté A. C. au Sinus de l'Angle B. que du Côté A. B. au Sinus de l'Angle C. ou que du Côté B. C. au Sinus de l'Angle B. A. C.

De sorte que dans un Triangle pourveu qu'on ait deux Angles & un Côté, ou deux Côtez avec un Angle opposé à l'un de cés

Côtez,

Côtez, il sera facile de trouver le reste, comme on le verra aux deux Corollaires suivans.

Corollaire 1.

En tout Triangle où l'on connoît deux Angles B. & C. avec un Côté opposé à l'un de ces Angles, ou celuy qui est compris entre deux. On trouvera l'autre Angle A. & les deux autres Côtez, de cette maniere.

Ajoûtez les deux Angles connus B. & C. en une somme & ôtez en le produit 108. Degrez 50. Minutes de 180. Degrez valeur des trois Angles d'un Triangle. Le reste 71. Degrez 10. Minutes sera pour l'Angle A. Puis dites par Regle de trois. Si le Sinus droit de l'Angle B. qui à 65. Degrez 30. Minutes donne le Côté opposé A. C. de 486. Toises ou Piés. Que donnera le Sinus droit de l'Angle A. La Regle êtant faite, il viendra au quatriême Terme. La Valeur du Côté B. C. Et si vous voulez trouver le Côté A.B. Dites, par une autre Regle de trois. Si le Sinus de l'Angle B. donne le Côté opposé A.C. que donnera le Sinus de l'Angle C. il viendra au quatriême terme la Valeur du Côté A. B.

Corollaire 2.

En tout Triangle dont deux Côtez sont donnez, comme D. E. & E. F. avec un Angle F. opposé à l'un de ces Côtez. On trouvera les autres Angles D. & E. & le Côté D. F. de la maniere que voicy : Mettez le Côté D. E. qui a icy 78. Toises. Au premier Terme d'une Regle de trois. Et le Sinus de son Angle opposé F. qui à 53. Degrez 30.

Minutes au second terme. Et enfin le Côté *E.F.* qui est supposé de 86. Toises au troisieme terme. La Regle étant achevée il viendra au quatrieme terme la Valeur de l'Angle *D.* ainsi ajoûtant les deux Angles *F.* & *D.* en une Quantité & l'ôtant de 180. Degrez Valeur des trois Angles d'un Triangle, le reste sera pour l'Angle *E.* par le moyen de quoy on trouvera le Côté inconnu *D.F.* en se servant de ce qui est dit au Corollaire precedant.

Remarque.

S'il y avoit un Angle emoussé au Triangle comme l'est icy l'Angle G. & qu'on dût trouver sa Valeur par la Connoissance qu'on a de son Côté opposé H. I. & du Côté G. H. avec l'Angle H. Il faudroit dire par Regle de trois. Si le Côté G. H. qui a icy 77. Toises, donne le Sinus droit de l'Angle I. qui se trouve icy de 43. Degrez 30. Minutes; Que donnera le Côté H.I. qui a 112. Toises? Le quatrieme terme donnera le Sinus droit de l'Angle I.G.L. supplement de l'Angle H.G.I. De sorte qu'ôtant ce quatrieme terme de 180. le reste sera pour l'Angle emoussé H.G.I. Ce qui est fondé sur la Remarque, qui suit la 10. Definition de la Trigonometrie.

Theo-

Theoreme 3.

En quel Triangle Scalene qui ce soit par exemple *E. G. F.* dont deux Côtez *E. G.* & *E. F.* avec l'Angle *E.* renfermé entre deux sont connus. Il y a même rapport de la somme de ces deux Côtez joints ensemble; à leur Difference *H. F.* qu'il y a de la Tangente de la moitié des deux Angles inconnus *F.* & *G.* à la Tangente dun Angle, qui fait la moitié de la difference de ces deux Angles inconnus.

Pour prouver ce qui est avancé icy Faites l'Angle *K. I. M.* Egal à l'Angle *F.* & l'Angle *M. I. L.* Egal à l'Angle *G.* ainsi que l'enseigne le Problême 12. Et baissez par le 3. Problême les Perpendiculaires *K. M.* & *L. O.* qui seront par la 10. Definition de la Trigonometrie Sinus droits de leurs Angles opposés au Point *I.* Puis ayant tiré la Soûtendante *L. K.* divisez par le 10. Problême l'Angle total *I.* en deux Egalement, par le moyen de la Ligne *I. N.* qui coupe cette Soutendante en deux Egalement & à plomb au Point P. ce qui fait que les moitiez *K. P.* & *L. P.* de cette Ligne sont Sinus droits de leurs Angles opposez *K. I. N.* & *N. I. L.*

Prenez la Distance *K. R.* & la portez de *L.* en *S.* Puis du Point *I.* comme Centre & de l'Intervale *I. P.* decrivés un Arc de Cercle *T. P. V.* Or comme la Ligne *R. S.* est la Difference qui se trouve entre les Angles *K. I. M.* & *M. I. L.* ou leurs egaux *G.* & *F.* il est evident que *P. R.* sera la Tangente de la moitié de cette difference. C'est à dire de l'Angle *P. I. S.* Tout ce que je viens de dire étant bien conçu la Demonstration de ce Theoreme sera Telle.

Les

Les Lignes K. M. & L. O. Sinus droits de leurs Angles opposez au Point I. ou de leurs Egaux G. & F. Ont même rapport entr'elles que les Côtez E. G. & E. F. qui leur sont opposez (par le Theoreme precedant) Or les Triangles K. M. R. & L. O. R. étant semblables, il y aura même rapport de K. M. à K. R. que de L. O. à L. R. Et en raison semblable, il y a même raison de K. R. à E. G. que de L. R. à E. F. de sorte que les Côtez E. G. & E. F. joints ensemble seront à leur difference H. F. comme les Lignes K. R. & L. R. jointes ensemble à la leur R. S.

De plus les mêmes Lignes K. R. & L. R. ou leur egale seule K. L. est à la même R. S. comme la moitié K. P. à la moitié P. R. Donc il y aura même rapport de E. F. & E. G. joints ensemble à leur difference H F. que de K. P. Tangente de K. I. P. moitié des Angles inconnus F. & G. à R. P. Tangente de l'Angle M. I. N. qui est la moitié de la difference de cés mêmes Angles. (Ce qui depend des 3. du 3. 4. du 6. & des 11. 18. & 22. du 5.)

Corollaire

En quel Triangle Scalene que ce soit tel que E. F. G. dont deux Côtez & l'Angle E. qu'ils renferment: sont connus, on trouvera le reste qui est l'autre Côté F. G. Et les Angles F. & G. ainsi qu'on le va voir.

1. Mettez la Valeur des Côtez E. F. & E. G. joints ensemble & qui fait icy 204. Toises au premier Terme d'une Regle de trois. Mettez la Valeur de leur difference I. F. qui a icy 14. Toises, au second terme; Et ayant ôté l'Angle. Connu E. des 180. Degrez que le Triangle vaut. Prenez la Tangente de la moitié du reste. C'est à dire la

Tan-

Tangente de 53. Degrez. Dont vous ferez le troisiéme terme : La Regle êtant achevée il viendra au quatriéme terme une Tangente dont les Degrez ou Degrez & Minutes. Etant ajoutez à la moitié des Angles inconnus *F.* & *G.* Le produit sera la Valeur du plus grand de cés Angles: qui est *G.* Et en êtant ôtez Le reste sera le petit Angle *F.* de sorte que le Côté *F. G.* sera facile à trouver en se servant de ce qui est enseigné au premier Corollaire du Theoreme precedant.

2. Ou bien de l'un des Angles comme *G.* abaissez *G. H.* Perpendiculaire à son Côté opposé *E. F.* laquelle divisera le Triangle total *G. E. F.* en deux autres qui sont rectangles : Mesurez exactement *E. H.* puis du Quarré de *G. E.* ôtez le Quarré de *E. H.* Le restant sera le Quarré de *H. G.* dont vous tirerés la Racine Quarrée pour avoir la Ligne *G. H.* Cela fait, ôtez *E. H.* de *E. F.* le reste sera pour *H. F.* Ainsi ayant *G. H.* & *H. F.* avec l'Angle droit qu'ils renferment. On trouvera le reste en suivant ce qui est dit au premier Corollaire qui suit le premier Theoreme.

Theoreme 4.

En tout Triangle Scalene tel que *A. B. C.* dont les trois Côtez sont connus. Il y aura même rapport du plus grand Côté *B. C.* à la somme des deux autres *A. B.* & *A. C.* joints ensemble Que de la Difference *D. C.* des mêmes Côtez à la Ligne *C. E.* partie de la Base qui se trouve dehors le Cercle dont *A.* est le Centre & *A. B.* petit Côté est le Rayon.

Pour bien prouver cette Proposition Faites du Point

A. comme Centre & de l'Intervale *A. B.* un Cercle qui coupe *B. C.* en *E.* & *A. C.* en *D.* Puis prolongez *C. A.* jusqu'à la Circonference au Point *H.* Et menez ainsi que l'enseigne le Problême 19. la Ligne *G. G.* Tangente au Cercle.

Demonstration le Rectangle compris des Lignes *C. B.* & *C. E.* étant egal à celuy des Lignes *C. H.* & *C. D.* par le Corollaire de la 36. du 3. il est evident par la 14. du 6. que les Côtez de cés Rectangles seront reciproquement Proportionnaux. C'est à dire que la Base *C. B.* est à *C. H.* (somme des deux autres Côtez) comme *C. D.* Difference de ces mêmes Côtez est à *C. E.* partie exterieure de la Base. Ce qu'il faloit prouver.

Ou bien autrement; Ayant tiré les Lignes *B. D.* & *E. H.* qui forment les Triangles Equiangles *B. D. C.* & *H. E. C.* Il est clair par la 4. du 6. qu'il y aura même rapport de *C. B.* à *C. D.* que de *C. H.* à *C. E.* Et en alternant par la 16. du 5. *C. B.* sera à *C. H.* comme *C. D.* est à *C. E.*

Corollaire.

1. Les trois Côtez d'un Triangle Scalene tel que *A. B. C.* Etant donnez, on trouvera la Valeur des Angles; En mettant la Base *B. C.* qui a icy 128. Toises au premier Terme d'une Regle de trois. La Valeur des deux autres Côtez *A. B.* & *A. C.* joints ensemble c'est à dire icy 206. Toises au second; Et la Difference *D. C.* des mêmes Côtez 18. Toises au troisieme. Car la Regle étant faite il viendra fort prés de 29. Toises au quatrieme terme pour la Valeur de *C. E.* Or ôtant ce nombre de 128. Il restera fort prés de 99. pour *E. B.* dont le milieu *F.* est le Point ou doit tomber la Perpendiculaire partant du Point *A.* ainsi les Angles du Point *F.* seront droits. De sorte que le Triangle *A. B. F.*

Etant

Etant Rectangle & connoissant les Côtez A. B. & B. F. on trouvera l'Angle B. A. F. en se servant de la pratique Enseignée au premier Corollaire qui suit le premier Theoreme; Et cet Angle étant ôté de 90. Degrez, le reste sera pour l'Angle B. De maniere que connoissant les trois Côtez & un Angle du Triangle A. B. C. On trouvera facilement le reste En se servant de la pratique enseignée au second Corollaire qui suit le second Theoreme; c'est à dire que Comme A.C. est au Sinus de l'Angle B. ainsi A. B. sera au Sinus de l'Angle C. Ou bien comme B.C. sera au Sinus de l'Angle total A.

2. Si vous aimés mieux la pratique suivante servés vous en Abaissez A. F. Perpendiculaire sur B.C. & portez B. F. de F. en E. Puis ôtez le Quarré de A. B. petit Côté du Quarré de A. C. grand Côté & divisez le reste par la Valeur de la Base B. C. le Quotient sera C. E. Qui ôté de B.C. restera la Valeur de B. E. dont la moitié est pour B. F. Ainsi dans le Triangle A. B. F. On connoit deux Côtez & l'Angle droit, par le moyen dequoy on trouvera le reste.

3. Ou bien Multipliez les Côtez qui forment l'Angle que vous voulez trouver, l'un par l'autre. Et en ayant doublé le produit Faites en le premier Terme d'une Regle de trois. Mettez le Sinus total au second Terme. Et ayant Quarré les mêmes Côtez qui comprennent l'Angle cherché chacun separement : ôtez en le Quarré du Côté opposé à l'Angle que vous cherchez & mettez le reste de leurs produits joints ensemble au troisieme Terme. Car la Regle étant faite il viendra au quatrieme Terme le Sinus de Complement de l'Angle que vous cherchez.

4. Si l'Angle A. eut été Emoussé. au lieu de dire. Comme le Côté A. B. est au Sinus de l'Angle C. ainsi le

Côté *B. C.* sera au Sinus de l'Angle *A.* Il faudroit dire. Comme le Côté *A. B.* est au Sinus de l'Angle *C.* ainsi *B. C.* sera au Sinus de supplement *C, A, G.* & ayant ôté cet Angle de 180. Degrez Le reste seroit pour l'Angle emousse *A.*

Remarque.

Les Theoremes precedans ou du moins leurs Corollaires (qui ne regardent precisement que la pratique) étant bien conçus, il sera aisé de resoudre toutes les Questions de Trigonometrie qu'on pourra proposer. I'en explique plusieurs dans les Problêmes suivans, & bien que je me sois un peu étendu sur cette matiere. Ie ne laisse pas d'être court. eu Egard à la Quantité d'Operations que j'y donne. l'Experience m'a convaincu que le plus qu'on peut eviter les Instrumens Geometriques sur le terrain est toûjours le meilleur. Ce n'est pas que je pretende en blâmer l'usage qui peut être bon quand on sait s'en servir a propos Mais la pluspart de ceux qui mesurent les savent si mal manier que tout ce qu'ils font est de travers. Les meilleurs sont le Cercle le demy Cercle & la Planchette. A l'egard des mesures; comme la Toise est la seule dont on se sert dans tous les Mesurages qui se font pour les travaux du Roy & que les Ouvriers & les Entrepreneurs sont obligez de s'y conformer, tant pour eviter la Confusion que les Malversations. Ie n'en expliqueray point d'autre, Car pour peu qu'on soit versé dans l'Art de mesurer il est facile de reduire toutes les autres Mesures à celle la.

APPLI-

APPLICATION DE CE QUI A ETE' DIT SUR LA TRIGONOMETRIE: A LA PRATIQUE.

Problême 47.

Une Ligne droite telle que *A. B.* Etendue ſur le Niveau de la Campagne, & qui n'eſt acceſſible que par l'une de ſes Extremitez *A.* comme ſeroit par exemple la Largeur d'une Riviere, ſe meſure comme il ſuit.

1. Plantez le Pié de l'Inſtrument Geometrique dont vous vous ſervés au Point *A.* & l'y diſpoſés de maniere que par les *Pinules* de l'une des Regles vous decouvriez la Longueur *A. B.* de la Ligne. Et par les Pinules de l'autre Regle un Point à Volonté tel que *C.* & obſervés qu'elle eſt la Valeur de l'Angle *A.* formé par les Rayons de cés Regles. Et que je ſuppoſe icy de 85. Degrez. Aprés quoy laiſſez un Piquet ou quelqu'autre marque au Point *A.* Et meſurant bien preciſement la Longueur *A. C.* qui a dans cet exemple 220. Piés ou Toiſes ; Placés vôtre Inſtrument Geometrique en *C.* de maniere que par l'une des Regles vous voyez la Longueur *C. A.* & par l'autre le Point *B.* obſervant la Valeur de l'Angle *C.* qui eſt icy de 48. Degréz 30. Minûtes. Tout cela bien executé vous aurés dans le Triangle *B. A. C.* les deux Angles *A.* & *C.* avec le Côté *A. C.* par le moyen dequoy vous trouverés l'Angle *B.* de 46. Degrez 30. Minutes, & le Côté *A. B.* de 227. Piés ou Toiſes & un peu plus. En vous ſervant de la pratique enſeignée au premier Corollaire de la 77. page.

2. Ou bien Elevés au Point *A.* avec un *Equere* ou comme je l'ay dit au troisieme ou quatrieme cas du second Problême la Perpendiculaire *A. E.* de la Grandeur que vous voudrés, comme icy de 35. Toises & ayant prolongé la Ligne *B. A.* vers *C.* Faites avec l'Instrument Geometrique l'Angle *A. E. C.* Egal à l'Angle *A. E. B.* le Rayon visuel *E. C.* ira couper la Ligne prolongée en *C.* & donnera la Distance *A. C.* egale à la Ligne *A. B.* (par la 4. du 1.)

Sans Instrument Geometrique.

3. Tirés une Ligne *A. C.* faisant avec *A. B.* un Angle tel qu'on voudra Et determinés cette Ligne de la Longueur que vous jugerez à propos, comme icy de 40. Toises; Au milieu *D.* de laquelle vous mettrez un Piquet; Puis menés par l'Extremité *C.* la Ligne *C. E.* Parallele à la Ligne *A. B.* Si vous prolongez un Allignement sur les Points *B. D.* il ira couper la Ligne *C. E.* au Point *F.* Et donnera la Distance *C. F.* Egale à la Ligne *A. B.* Cette Pratique est trés facile principalement si vous avez fait les Angles *A.* & *C.* droits. (Elle depend de la 26. du premier.)

4. Quand on n'a pas tout le Terrain necessaire pour faire un si grand prolongement: On tire toûjours la Ligne *A. C.* d'Equere à l'Extremité *A.* Et on la determine d'une certaine Longueur comme icy de 48. Toises. aprés quoy on la prolonge d'une Grandeur arbitraire en *D.* comme dans cet exemple de 21. Toises. Ensuite dequoy on tire la Ligne *D. E.* à plomb au Point *D.* Et on la prolonge jusqu'à ce que le Rayon partant de *B.* Et passant par *C.* la vienne rencontrer. Ce qui ne peut être qu'au Point *E.* on mesure exactement *D. E.* qui a icy 50. Toises, ainsi on a les Triangles semblables *C. A. B* & *C. D. E.* De sorte que par la 4. du 6. Il y a même rapport de *C. D.* 21. Toises à *D. E.* 50. Toises que de *C. A.* 48. Toises à *A. B.*

5. Ou

5. Ou bien prolongez *B. A.* vers *C.* d'une Grandeur à Volonté, comme icy de 30. Toises. Et ayant tiré la Ligne *C.F.* Perpenpiculaire à l'Extremité *C.* Determînez la d'une Grandeur arbitraire comme icy de 50. Toises; Prenés ensuite *F. D.* qui a icy 20. Toises & tirés *D. E.* Parallele à *C. A.* Goupant le Rayon *B.F.* au Point *E.* Il y aura par ce moyen même raison par la 4. du 6. de *F.D.* 20. Toises à *D.E.* 30. Toises Que de *F.C.* 50. Toises à *C.B.* De sorte qu'ôtant de cette Grandeur *C.B.* la Valeur du prolongement *A. C.* le reste sera pour *A. B.*

6. Vous pouvés encore Executer cette Proposition comme il suit. Choisissez un Point *C.* par lequel vous imaginerés un Rayon partant de *B.* Et prolongé en *D.* d'une Grandeur telle que vous voudrez Aprés quoy des Points *C.* & *D.* tirés des Lignes par le Point *A.* que vous prolongerez en *G.* & *E.* d'une moitié ou d'un tiers ou d'un quart de *C.A.* & de *C.D.* Si vous tirés une Ligne de *E.* par *G.* Et que vous la continuyez jusqu'à ce qu'elle rencontre *B. A.* prolongée en *H.* vous aurés les Triangles semblables *E. A. H.* & *D. A. B.* Ainsi par la 4. du 6. Comme *E. A.* est à *A. H.* ainsi *D. A.* sera à *A. B.*

7. Autrement Prolongez la Ligne à mesurer en *C.* Et tirés *C. D.* faisant un Angle avec elle, aprés quoy ayant tiré la Ligne *A D.* menez par le Point *E.* milieu de la Ligne *C D.* une Ligne *E H.* Parallele à *C. A.* laquelle coupera *A D.* en *G.* Et le Rayon partant de *A.* pour venir en *D.* au Point *H.* Si on mesure exactement *G. H.* Et qu'on en double la Valeur on aura *A. B.*

8. Enfin vous pouvés vous servir de la pratique suivante; Elle paroit un peu composée cependant je m'en suis servi plusieurs fois & je l'ay trouvée juste, Ce qu'elle a de particulier est qu'on n'est point obligé de tirer Ni de Parallele ni de Perpen-

Perpendiculaire qui n'eſt pas un petit aventage ſur le terrein.

Prolongez *B. A.* vers *C.* d'une Grandeur à Volonté comme icy de 31. Toiſes, & tirés une Ligne *C. E.* faiſant avec *A. C.* un Angle tel qu'on voudra (mais le plus approchant du droit ſera le mieux) Diviſés cette Ligne en deux Egalement au Point *D.* d'où vous imaginerez un Rayon alant vers *B.* lequel coupera la Ligne tirée de *A.* en *E.* au Point *F.* Si vous portez la Diſtance *A. F.* meſurée bien exattement de *F.* en *H.* Vous n'aurez qu'à dire par Regle de trois ; Comme *E. H.* (Difference d'entre *A. F.* & *F. E.*) eſt à *H. F.* ainſi le prolongement *C. A.* ſera à la Diſtance cherchée *A. B.* Ce qui eſt facile à demontrer en tirant la Ligne *A. G.* Parallele à *C. E.*

Car les Triangles *A. G. F.* & *E. D. F.* ayant les Angles du Sommet *F.* egaux & les alternes *G.* & *D.* auſſi; Il eſt clair qu'ils ſont Equiangles. Donc par la 4. du 6. *D. E.* ſera à *E. F.* comme *G. A.* à *A. F.* & en alternant par la 16. du 5. *D. E.* ſera à *G. A.* comme *E. F.* à *A. F.* Or *A. G.* eſt Parallele à *C. D.* donc par les 2. & 4. du 6. *D. C.* ſera à *C. B.* comme *G. A.* à *A. B.* & en alternant *D. C.* ſera à *G. A.* comme *C. B.* à *A. B.* Mais il vient d'être demontré que *E. D.* ou ſon egale *D. C.* a même rapport avec *G. A.* que *E. F.* avec *F. A.* donc en raiſon ſemblable par la 11. du 5. *E. F* ſera à *F. A.* comme le tout *C. B.* à *A. B.* & en diviſant par la 17. du 5. *E. F.* moins *F. A.* C'eſt à dire *E. H.* ſera à *F. A.* comme *C. B.* moins *A. B.* C'eſt à dire *C. A.* eſt à *A. B.* Ce qu'il faloit prouver.

Remar-

Remarque.

Je néglige plusieurs autres manieres de resoudre cette Proposition qui sont vrayes dans la Speculation, mais difficiles pour ne pas dire impossibles dans la pratique, à cause des petites Bases de Triangle qu'on prend. qui ne sont d'ordinaire que la Hauteur de L'oeil.

Problême 48.

Une Ligne droite telle que A. B. etendue sur le Niveau de la Campagne & qui n'est accessible, que par ses extremitez étant proposée à mesurer, trouver qu'elle est sa Longueur.

1. Supposons que la Longueur à mesurer soit la Distance d'entre les deux extremitez d'un Bois. Choisissez à la Campagne un Point C. duquel vous puissiez voir A. & B. & en aprocher: Plantez y le pié de vôtre Instrument Geometrique & le disposés de façon que avec les Regles vous voïes les Points A. & B. observant quelle est la Valeur de l'Angle C. que je pose icy de 61. Degrez 30. Minutes. mesurés bien exattement les Lignes C. A. & C. B. dont l'une a icy 1130. Piés & l'autre 990. vous aurés par ce moyen un Triangle A. C. B. dans lequel vous connoissez deux Côtez & l'Angle qu'ils renferment; à l'Aide dequoy vous trouverés les autres

Angles *A*: & *B*: de même que le Côté *A. B.* en vous servant de la pratique enseignée au Corollaire, qui suit le 3. Theoreme page 80. c'est à dire en faisant que comme la somme de deux Côtez est à leur Difference, ainsi la Tangente de la moitié des deux Angles inconnus soit à la Tangente de la moitié de leur difference.

Sans Instrument.

2. Choisissez comme dans la Pratique precedante un Point *C.* duquel vous puissiez voir les extremitez *A.* & *B.* de la Ligne à mesurer. & ayant prolongé *A. C.* vers *E.* d'une Grandeur qui luy soit egale. Prolongez aussi *B. C.* vers *D.* d'une Grandeur egale à *C. B.* Si vous mesurez *D. E.* elle sera Egale à *A. B.* (Ce qui depend de la 4. du 1.)

3. Il arrive assés souvent que le Terrain ne permet pas de faire de si grands prolongemens; quand cela est, faites le de la Grandeur que vous pourrés, comme icy *C. G.* de 48. Toises & *C. H.* indeterminée, puis ayant mesuré *C. A.* & *C. B.* bien exactement, dites par Regle de trois. Comme *A. C.* 147. Toises est à *C. G.* 48. Toises. ainsi *C. B.* 121. Toises sera à un nombre *C. H.* de sorte qu'ayant tiré & mesuré precisement *G. H.* on dira par une seconde Regle de trois. comme *C. G.* est à *G. H.* ainsi *C. A.* sera à *A. B.* qu'il faloit trouver. (Cecy depend de la 4. du 6.)

4. La methode suivante est plus seure & moins embarassée. Mesurés comme aux Pratiques precedantes les Distances *C. A.* & *C. B.* & prenés sur l'une d'elles par exemple sur *C. B.* une Grandeur à volonté *C. D.* qui

a icy

à icy 26. Toises. Et dites par Regle de trois. Si C.B. 90. Toises me donne C.D. 26. Toises que me donnera C.A. 120. Toises. La Regle étant faite il viendra C.E. Au quatrieme Terme, de sorte que tirant & mesurant exactement D.E. (laquelle est Parallele à A.B. par la 2. du 6.) on dira par une seconde Regle de trois. Si C.D. donne D.E. que donnera C.B. il viendra au dernier Terme la Distance B.A. (Ce qui est evident par la 4. du 6.)

5. Enfin, si on ne pouvoit pas faire ces Prolongemens. on tireroit les Lignes A.C. & B.D. Perpendiculaires à la Ligne A.B. ainsi que l'enseigne le 4. cas du second Probleme. Et les ayant determinées egales. on mesureroit la Distance C.D. laquelle est egale à A.B. (Par la 33. du premier.)

Problème 49.

Une Ligne droite tout à fait inaccessible & etendue sur le Niveau de la Campagne telle que seroit A.B. étant proposée à mesurer, trouver qu'elle est sa Longueur.

1. Supposons que cette Ligne inaccessible A.B. soit par exemple la Distance d'entre une Maison & un Arbre qui seroient au dela d'une Riviere, ou bien quelque autre chose etendu en Longueur.

Choisissez deux Points tels que C. & D. d'où vous puissiez reciproquement découvrir les extremitez A. & B. & les Points C. & D. Puis ayant placé vôtre Instrument Geometrique à l'un de ces Points comme en C. Disposez le de maniere que vous decouvriez les Extremitez A. & B. observant quelle est la Valeur de

l'Angle A. C. B. qu'on suppose icy de 61. Degrez. & laissant la Regle qui regarde A. fixe, faites varier celle qui est dirigée vers B. jusqu'à ce qu'elle découvre le Point D. observant quelle est la Valeur de l'Angle A. C. D. qui a icy 90. Degrez, duquel vous ôterés le precedant 61. Le reste 29. Degrez sera pour l'Angle B. C. D. Cela fait, laissez un Piquet ou quelque autre marque au Point C. & en alant en D. mesurez la Ligne C. D. qui a icy 225. Toises & plaçant l'Instrument Geometrique au Point D. dirigez en les Regles de maniere, que vous decouvriez les Points B. & A. remarquant la Valeur de l'Angle B. D. A. qu'elles forment, qui a icy 62. Degrez 30. Minutes. Puis laissant la Regle qui regarde B. fixe, faites varier l'autre jusqu'à ce qu'elle découvre C. remarquant l'Ouverture de l'Angle B. D. C. qu'on suppose icy de 93. Degrez 30. Minutes; duquel ôtant le precedant 62. Degrez 30. Minutes, le reste 31. Degrez sera pour l'Angle A. D. C. tout cela bien executé.

Il est constant que dans le Triangle A. C. D. vous avés les deux Angles A. C. D. & A. D. C. avec le Côté C. D. par le moyen dequoy vous trouverés le Côté A. D. en vous servant de la Pratique enseignée au premier Corollaire de la page 77. De plus dans le Triangle B. C. D. les deux Angles B. C. D. & B. D. C. avec le Côté C. D. sont connus, Par le moyen dequoy vous trouverés le Côté D. B. ainsi que l'enseigne le même premier Corollaire de la 77. page.

Enfin la Valeur des Côtés A. D. & D. B. & Celle de l'Angle A. D. B. étant connue comme il vient d'être dit : On trouvera les Angles D. A. B. & D. B. A. de même que le Côté A. B. en se servant de la Pratique enseignée au Corollaire de la page 80.

Sans

Sans Instrument.

2. Choisissez un Point tel que C. duquel vous puissiez voir les extremitez A. & B. de la Ligne à mesurer. & ayant planté plusieurs Piquets en Ligne droite alant de C. vers A. & de C. vers B. qu'on terminera sur le bord de la Riviere ou de l'obstacle qui empêche d'aler à la Ligne à mesurer: Cela fait, cherchés les Distances C. A. & C. B. ainsi que l'enseigne le 3. le 4. ou le 5. cas du 47. Problême pages 86. & 87. & prolongez B. C. en D. d'une Grandeur qui luy soit egale & A. C. en E. d'une Grandeur aussi qui luy soit egale. Si vous mesurés la Distance D. E. vous aurés A. B.

3. Si on ne pouvoit pas prolonger les Lignes C. A. & C. B comme cela arrive assés souvent : il faudroit toûjours en trouver la Longueur ainsi qu'il est dit aux Pages 86. & 87. aprés quoy on prendroit sur l'une d'elles, une Grandeur à volonté telle que C. D. qui a icy 42. Toises. et l'on diroit par Regle de trois. Comme le tout C. B. 156. Toises est à sa partie C. D 42. Toises. ainsi le tout C. A. 213. Toises. sera à la Distance C. E. Or ayant tiré & mesuré exattement la Ligne D. E. elle sera Parallele à la Ligne B. A. par la 2. du 6. & par la 4. du même, il y aura même rapport de C. D. à D. E. que de C. B. à B. A. qu'il sagissoit de trouver.

4. Vous pouvés encore trouver la Longueur inaccessible A. B. de la maniere suivante.

Ayez deux Longues Regles fort droites ; attachés les chacune par un Bout, de maniere que vous les puissiez ouvrir & fermer Comme il vous plaira. disposez les au Point C. de façon que par le long d'un Côté de

l'une vous découvriez le Point *A.* & par le long d'un Côté de l'autre le Point *B.* fixés ces Regles à cette ouverture, aprés quoy cherchez un Point tel que *D.* duquel vous puissiez par les mémes Côtez des Regles ainsi fixées, voir les Points *A.* & *B.* Cela fait laissez la Regle qui est dirigée vers *B.* fixe, & faites varier l'autre jusqu'à ce que vous decouvriez le Point *C.* ou vous aurés laissé quelque chose de visible. afin d'avoir l'Angle *B. D. C.* Or fixant derechef les Regles à cette derniere ouverture, replacés les au Point *C.* de maniere qu'avec l'une vous decouvriez le Point *A.* & que l'autre fasse un allignement *C. E.* Si en marchant sur cett allignement *C. E.* avec vos Regles ouvertes selon le dernier Angle, vous trouvés un Point *E.* d'où vous voïez *C.* & *B.* la Distance *C. E.* sera egale à la Ligne *A. B.*

5. Mais si la Ligne inaccessible *A. B.* étoit tellement disposée qu'on pût voir toute sa Longueur, & que d'ailleurs il fut difficile de prendre beaucoup à Droit ou à Gauche. On disposeroit un Instrument Geometrique au Point *C.* de maniere que par l'une des Regles on decouvrit la Longueur *C. B.* & par l'autre un Point tel que *D.* faisant un Angle à volonté *C.* que je pose icy de 55. Degrez 30. Minutes, puis mesurant la Ligne *C. D.* qui a dans cet exemple 61. Toises. On disposeroit au Point *D.* l'Instrument Geometrique, en sorte que par l'une des Regles on decouvrit le Point *C.* & par l'autre le Point *A.* remarquant l'Angle *C. D. A.* qui a icy 74. Degrez, & faisant varier la Regle qui est dirigée vers *A.* jusqu'à ce qu'elle decouvre *B.* voyez quelle est la Valeur de l'Angle *C. D. B.* qui est dans cet exemple de 98. Degrez, dont ôtant le precedant. Il restera 24. pour *A. D. B.*

Tout

Tout cela bien executé, on aura deux Angles & un Côté dans le Triangle *A. C. D.* par le moyen dequoy on trouvera le Côté *A. D.* & l'Angle *D. A. C.* lequel ôté de 180. Degrez, le reste sera pour l'Angle emoussé *D. A. B.* (Par la 13. du premier) de sorte que dans le Triangle *D. A. B.* ayant deux Angles & le Côté *A. D.* on trouvera le Côté *A. B.* Ou bien trouvés le tout *C. B.* & ôtez en *C. A* le reste sera *A. B.*

6. Enfin s'il arrivoit que non seulement la Ligne *A. B.* fut inaccessible dans toute son étenduë; mais encore que d'un même Point on ne pût pas découvrir ses extremitez: Il faudroit pour la mesurer, choisir deux Points *C.* & *D.* afin de former un Triangle *A. C. D.* avec un Instrument Geometrique, dont on mesureroit les Angles *C.* & *A. D. C.* avec le Côté *C. D.* par le moyen dequoy on trouveroit *A. D.* ainsi que l'enseigne le premier Corollaire de la page 77.

Si ensuite on choisit un Point tel que *E.* duquel l'on puisse voir les Points *D.* & *B.* & former l'Angle *A. D. E.* & mesurer la Ligne *D. E.* il est certain qu'on aura deux Côtez & l'Angle renfermé entre deux, dans le Triangle *A. D. E.* à l'aide dequoy on trouvera *A. E.* Comme il est dit au Corollaire de la page [illegible].

Formez aprés cela le Triangle *B. E. F.* dont vous aurés les deux Angles *F.* & *B. E. F.* avec le Côté *E. F.* Ce qui vous donnera lieu de trouver *E. B.* Or dans le Triangle *A. E. B.* l'on connoit les Côtez *A. E.* & *B. E.* outre qu'on peut aisément prendre l'Angle *A. E. B.* ainsi l'on trouvera les autres Angles & le Côté *A. B.* comme l'enseigne le Corollaire de la page 80.

Pro-

Problême 50.

La Longueur d'une Ligne droite telle que *A. B.* elevée à plomb sur le Niveau de Campagne ou Rez de chaussée, se trouve comme il suit.

1. Supposons par exemple que cette Ligne soit la Hauteur perpendiculaire d'une Tour ou d'un Clocher; Choisissez un Point tel que *C.* sur ce Niveau de Campagne, et y disposez vôtre Instrument Geometrique de maniere qu'étant fort prés de Terre, vous puissiez par les Pinules de l'une des Regles voir le Sommet *A.* & par celles de l'autre, le pié *B.* de la même Ligne à mesurer. observant qu'elle est la Valeur de l'Angle *C.* que je suppose icy de 50. Degrez 30. Minutes. mesurés ensuite bien exattement la Ligne *C. B.* qui a icy 84. Piés. or la Ligne *B. A.* étant Perpendiculaire au Rés de chaussée, fait l'Angle *B.* droit. ainsi dans le Triangle *A. B. C.* ou connoit deux Angles, & un Côté, à l'aide dequoy on trouvera le reste ou du moins la Ligne *B. A.* en se servant de la pratique enseignée au premier Corollaire de la page 77.

2. Ou bien, ayez une Equere de bois dont les Branches soient égales & un peu Longues, & vous reculant sur le Niveau de la Campagne *B. C.* disposés cette Equere de façon que par le long de l'une des Regles vous voiez le Point *B.* & que l'allignement qui part de *A.* pour venir en *C.* passe par le Bout *D.* de l'autre Branche. Si vous mesurés exattement *C. B.* cette Grandeur sera égale à la Hauteur *B. A.* (Par la 6. du 1. & 4. du 6.)

Sans

Sans Instrument.

3. S'il fait soleil, Plantez un long Bâton fort droit & dont vous connoissiez la Longueur, le plus à plomb que vous pourrés: Et ayant mesuré avec beaucoup de precision l'Ombre du Bâton de même que celle de la Hauteur à mesurer, dites aprés cela par Regle de trois. Comme l'ombre du Bâton que je pose icy de 15. pi. est à la Hauteur du même Bâton qui a 18. pi. ainsi l'ombre *B. C.* de 461 pi. sera à la Hauteur *B. A.* (de la 4. du 6.)

4. Ou bien, Plantez un Bâton long & droit, le plus à plomb que vous pourrés à un Point *C.* pris sur le niveau de la Campagne, & vous prolongeant d'allignement sur *B. C.* faites en sorte qu'en mettant vôtre Oeil contre Terre, le Rayon qui part de *A.* passant par le Bout *F.* du Bâton, vienne à vôtre Oeil en *E.* cela bien executé, dites par Regle de trois. Il y a par la 4. du 6. même rapport de *E. C.* à la Longueur du Bâton *C. F.* que de *E. B.* à la Hauteur *B. A.*

5. Les deux Pratiques precedantes sont fort justes quand on prend un peu garde à ce que l'on fait: Mais la suivante est plus curieuse que juste aussi ne la donne-Je icy que par maniere d'acquit, ne conseillant pas à personne de s'en servir.

Placés un Miroir bien de niveau à un Point tel que *C.* pris sur le Rés de chaussée, & vous reculant sur l'allignement *B. C.* vers *D.* faites en sorte que vous tenant bien droit vous decouvriez dans le Miroir le Sommet *A.* de la Hauteur. aprés quoy mesurés exattement *C. D.* C'est à dire la Distance d'entre vos Piés & le Centre du Miroir. Et faites une Regle de trois dont *C. D.* soit le premier Terme. vôtre Hauteur *D. E.* le second & la Distance

C. B. le troisiême il viendra B. A. au quatrieme. (Tiré de la 4. du 6.)

Problême 51.

Une Ligne droite inaccessible & élevée à plomb telle que A. B. étant proposée, trouver quelle est sa Longueur.

1. Supposons que cette Ligne soit par exemple la Hauteur d'un Clocher duquel on ne peut approcher; Choisissez un Point C. sur le Rés de chaussée, duquel vous puissiez voir les extremitez A. & B. Disposez vôtre Instrument Geometrique à ce Point de maniere que par l'une des Regles, vous voyez le Point B. & par l'autre le Sommet A. remarquant la valeur de l'Angle A. C. B. que je suppose icy de 57. Degrez; si on ôte ce nombre de 180. Degrez, le reste 123. sera pour l'Angle de Suplément A. C. D. Cela fait prolongez-vous sur l'alignement B. C. vers D. d'une Grandeur à volonté comme icy de 126 Toises. & disposés vôtre Instrument Geometrique au Point D. de maniere que par l'une des Regles, vous découvriez B. ou C. & par l'autre le Sommet A. remarquant la valeur de l'Angle D. qui a icy 32. Degrez 30. Minutes. Cette construction étant bien executée, vous aurés dans le Triangle A. C. D. deux Angles & le Côté C. D. par le moyen dequoy vous trouverés A. C. ainsi que l'enseigne le premier Corollaire de la page 77. De plus l'Angle du Point B. étant droit, on aura deux Angles & un Côté dans le Triangle A. B. C. à l'aide dequoy on trouvera B. A. comme l'enseigne le même Corollaire.

Sans

Sans Instrument.

2. Plantez un long Bâton bien droit & à plomb à ce Point C. & vous reculant d'alignement, mettez vôtre Oeil contre terre, en sorte que le Rayon qui part du Sommet A. & passe par le bout D. du Bâton, vienne à vôtre Oeil, ce qui ne se peut qu'au Point E. Mesurés exactement la Longueur C. E. Cela fait, reculez vous d'alignement, & Plantez vôtre même Bâton ou un qui luy soit egal, sur ce prolongement, à un Point tel que F. & plaçant derechef vôtre Oeil contre terre, rendez vous jusqu'à ce que vous découvriez justement le Sommet A. & le bout G. du Bâton, c'est à dire que ces deux Points & vôtre Oeil ne fassent qu'une Ligne. ce qui ne se peut que du Point H. Mesurés bien precisément la Distance F. H. Puis dites par Regle de trois, Comme la difference des Lignes C. E. & F. H. qui est icy de 10. Piés, est à la Distance C. E. seule de 10. Piés. ainsi la Distance E. H. d'entre les deux Observations, sera à la Distance E. B. Ainsi les Triangles C. D. E. & A. B. E. étant equiangles, on dira par une seconde Regle de trois, Si C. E. donne C. D. que donnera E. B. le quatriéme terme de cette Regle sera B. A. qui étoit proposée à mesurer.

3. Ou bien servés vous de la Pratique suivante si vous la trouvés à vôtre goût, à mon égard je ne voudrois pas m'en servir.

Placés un Miroir bien de niveau au Point C. & vous reculant sur l'alignement B. C. faites qu'étant bien droit sur vos Piés. vous decouvriez dans le Miroir le Sommet A. de la Hauteur., & mesurés exactement la Distance C. D. qui est entre le Centre du Miroir & vos Piés.

Cela fait choisissez un Point tel que *F.* sur le même allignement prolongé, & y plaçant le Miroir bien de niveau, reculez vous directement vers *G.* en sorte qu'étant bien droit sur vos Piés vous decouvriez dans le Miroir le Sommet *A.* de la Hauteur, & mesurés bien exactement la Distance *F. G.* Cette Construction supposée, faites une Regle de trois dont la Difference qui se trouve entre *C. D.* & *F. G.* soit le premier terme. la Ligne *C. D.* soit le second & *C. F.* soit le troisieme. Car il viendra au quatrieme terme la Distance *C. B.* Puis dites, comme *C. D.* est à *D. E.* ainsi *C. B.* sera à *B. A.* que l'on cherchoit.

4. La Hauteur Perpendiculaire d'une Montagne se trouve par le Premier cas de ce Probleme. Car on choisit dans la rase Campagne un Point tel que *C.* ou l'on place un Instrument Geometrique de maniere, que l'une des Regles soit dirigée vers le Point du Sommet *A.* & l'autre soit de niveau; observant quelle est la valeur de l'Angle *A. C. D.* qu'elles forment, & que je suppose icy de 138. Degrez 30. Minutes. de sorte que le suplement *A. C. B.* sera de 41. Deg. 30. Min. Ensuite on prend sur cette Ligne de niveau une Distance *C. D.* à volonté, comme icy de 86. Toises. & l'on place l'Instrument Geometrique au Point *D.* de maniere que l'une des Regles soit de niveau, c'est à dire dirigée vers *C.* & l'autre vers le Sommet *A.* remarquant la valeur de l'Angle *D.* qui a dans cet exemple 23. Degrez. Cette Construction étant bien executée, vous aurés deux Angles & un Côté dans le Triangle *A. D. C.* à l'aide dequoy vous trouverés *A. C.* en vous servant de ce qui est dit au premier Corollaire de la page 77. Enfin dans le Triangle *A. C. B.* vous connoissez *A. C.* & l'Angle du Point *C.* de même que l'Angle *B.* qui est droit (puis que *A. B.* est supposée à plomb) par le moyen dequoy vous

vous trouverés A. B. en vous servant de ce qui est enseigné au même Corollaire.

5. Mais si on n'a point d'Instrument Geometrique, & que la Montagne soit accessible, c'est à dire qu'on puisse marcher sur son Penchant. On en mesurera la Hauteur à plomb comme il suit. Ayez une longue Perche bien droite, sur l'un des Côtez de laquelle vous mettrés un Niveau bien attaché. & à l'un de ses bouts. une Ficelle où pendra un Plomb de façon qu'on puisse tirer cette Ficelle pour l'alonger ou racourcir suivant le besoin. Puis disposez cette Perche au Sommet *A.* le plus de niveau que faire se pourra, & laissant glisser le plomb jusqu'à terre, mesurés bien exactement sa Longueur B. C. elle sera egale à la Hauteur du penchant A. C. Cette premiere Pratique étant achevée, disposez vôtre Perche bien de niveau & de maniere qu'il y ait un bout en C. puis laissant glisser le plomb jusqu'à terre, mesurés exactement la Hauteur D. E. de l'aplomb qui sera egale à la Hauteur du Penchant C. E. faites la même operation aux autres Points E. G. I. &c. si vous ajoûtez toutes ces Hauteurs de l'aplomb en une, vous aurés la Hauteur de la Montagne, c'est à dire la Ligne A. L.

Probleme 52.

La Hauteur d'une Tour, ou d'un Clocher, ou de quelque autre chose d'elevé à plomb sur une Montagne, se trouve comme il suit ?

Trouvés d'abord la Hauteur entiere A. C. de la Tour & de la Montagne tout ensemble. ainsi que l'enseigne le premier cas du Probleme precedant; Otez en

la Hauteur *B. C.* que vous trouverez de la même façon, le reste sera pour *A. B.*

Sans Instrument.

Cherchez la Hauteur totale *A. C.* comme il est dit au 2. cas du precedant Problême, & otez en la Hauteur particuliere *B. C.* que vous trouverés par le même cas, le restant sera pour *A. B.* qu'il s'agissoit de trouver.

Problême 53.

D'un lieu elevé mesurer la Longueur d'une Ligne droite inaccessible dans son etenduë.

1. Supposons qu'il faille du Sommet *A.* d'une Tour mesurer la Longueur d'une Ligne *B. C.* telle que pourroit être une Alée venant finir au pié de la Tour. Disposez un Instrument Geometrique au Sommet *A.* de maniere que l'une des Regles soit dirigée vers le Point *C.* & l'autre le long de la muraille *A. B.* observant la valeur de l'Angle *A.* qui a icy 46. Degrez 30. Minutes. Mesurez ensuite exactement la Hauteur *A. B.* soit avec une Corde au bout de laquelle il y aura un plomb, soit autrement. & posé que cette Ligne ait 89. Piés, vous aurés deux Angles *A.* & *B.* avec le Côté *A. B.* par le moyen dequoy vous connoitrez *B. C.* ainsi que l'enseigne le premier Corollaire de la page 77.

2. Que si la Longueur de la Ligne ne venoit pas jusqu'au pié de la Tour, ainsi qu'on voit icy *C. D.* Il faudroit en ce cas chercher toute la Longueur *B. D.* qu'on trouvera de la maniere qui est expliquée à l'Article precedant & qui a icy 118. Toises, de laquelle on ôtera *B. C.* de 44.

de 44. Toises qu'on trouvera de la même façon, le reste 74. sera pour *C. D.*

3. Ou bien, prenés l'ouverture des Angles *B. A. C.* & *B. A. D.* & ayant cherché la Tangente de leur difference, c'est à dire de l'Angle *C. A. D.* faites une Regle de trois, dont le Sinus total soit le premier terme, cette Tangente soit le second, & la Hauteur *B. A.* le troisiéme, la Regle étant finie il viendra *C. D.* au quatriéme terme.

4. S'il arrivoit que la Ligne à mesurer, au lieu de s'étendre sur le niveau de Campagne, s'élevât à plomb aussi bien que la Tour ou Clocher sur lequel on est placé, comme dans cet exemple. Il faudroit trouver la valeur de l'Angle *B. A. C.* & la Hauteur *A. B.* ainsi qu'il a eté dit au premier cas de ce Probleme. Or comme l'Angle *B.* est droit, on trouvera facilement *A. C.* Cela fait trouvés la valeur de l'Angle *C. A. D.* & comme les deux Lignes *A. B.* & *D. C.* sont Perpendiculaires au Rez de chaussée, elles seront Paralleles entr'elles. Ainsi les Angles alternes *B. A. C.* & *A. C. D.* seront egaux, de sorte que vous connoitrés les Angles *D. A. C.* & *A. C. D.* avec le Coté *A. C.* par le moyen dequoy vous trouverez *C. D.* ainsi que l'enseigne le premier Corollaire de la page 77.

Probleme 14.

La Longueur d'une Ligne droite, abaissée à plomb au dessous du niveau de Campagne ou Rés de chaussée se trouve comme il suit?

1. Supposons que la Pronfondeur abaissée Perpendiculairement dessous le niveau de Campagne proposée à mesurer, soit un Puits representé par *A. B.* Disposez un Instrument Geometrique à l'extremité *C.* du Diametre

A. C.

A. C. de maniere que l'une des Regles soit dirigée suivant ce Diametre, & l'autre découvre le fonds B. du Puits, remarquant la valeur de l'Angle C. que je pose icy de 74. Degrez. Or comme l'Angle A. est supposé droit, nous aurons deux Angles & le Côté A. C. de 7. Piés, par le moyen dequoy on trouvera A. B. Cette proposition est vraye dans le principe, mais difficile à executer à cause de la Base qui n'est que le Diametre du Puits.

Sans Instrument.

2. On pourra trouver la même Profondeur, en Prolongeant A. C. d'une Grandeur à volonté, au bout D. de laquelle on plantera un Bâton bien droit & à plomb, tel que D. E. imaginant un Rayon qui partant de B. passant par C. vienne rencontrer ce Bâton au Point E. par ce moyen nous aurons les Triangles semblables C. D. E. & C. A. B. de sorte qu'il y aura même rapport de C. D. à D. E. que de C. A. à A. B.

Mais, à parler de bonne foy, ces deux methodes ne valent gueres mieux l'une que l'autre dans l'usage; aussi les voudrois-je eviter & me servir de celle qui suit qui est plus seure & plus facile. Je say que Messieurs les Geometres scrupuleux, ou pour mieux dire accoûtumez aux principes rigides, trouveront cette Pratique bien mechanique. Mais il s'agit de mesurer au juste la Longueur d'une Ligne, & je crois que la maniere la plus courte & la plus facile est celle dont on se doit servir.

3. Attachez une Bale de plomb ou une Pierre au bout d'une Corde ou d'une Ficelle, & la faites descendre jusqu'à ce qu'elle arrive au fonds du Puits ou de la Profondeur

fondeur que vous devez mesurer, ce qui sera facile à connoître en tirant doucement la ficelle. Car lors que vous commencerez à sentir de la pesanteur, c'est une marque que la Bale ou la Pierre quitte terre; Mesurez ensuite exactement la Longueur qu'il y a depuis le bout d'enhaut de cette ficelle, jusqu'au bout d'en bas, & vous aurez ce que vous cherchés.

Problême 55.

La Hauteur d'une Nuë se peut trouver de la maniere suivante?

Ayez deux Instrumens Geometriques, & deux personnes pour faire l'operation necessaire; Et ayant choisi un terrain disposé de façon que les deux observateurs qui seront par exemple en A. & B. se puissent reciproquement voir, & decouvrir aussi le Point *C.* qui est l'endroit de la Nuë dont ils seront convenus, comme sera par exemple la partie la plus avancée vers l'une des quatre Regions du monde, ou la plus lumineuse; ou enfin la plus obscure, & ayant disposé en A. & B. les Instrumens Geometriques, il faut que les observateurs (au signal qu'on leur fera) prennent, l'un la valeur de l'Angle A. & l'autre la valeur de l'Angle B. puis, qu'ils mesurent exactement A. B. Par ce moyen on aura les Angles A. & C. avec le Côté A. B. à l'aide dequoy on trouvera A. C. & B. C. De plus, puis que c'est la Hauteur à plomb qu'on cherche, il est certain qu'elle doit faire un Angle droit avec le Rez de chaussée; ainsi dans le Triangle C. D. A. nous aurons le Côté A. C. & les Angles A. & D. par le moyen dequoy on trouvera C. D. comme l'enseigne le premier Corollaire de la page 77.

Problême 56.

Par le moyen d'une *Pendule*, trouver la Distance qu'il y a entre deux Lieux considerablement eloignez l'un de l'autre. Mais qui peuvent se découvrir reciproquement, comme pourroient par exemple être, le Château de Saint Germain en laye & la Bastille de Paris?

1. Choisissez le soir d'un jour de Rejouïssance, ou d'ordinaire on tire du canon à la Bastille, & disposez bien de niveau une Pendule sur une fenêtre ou sur une terrasse du Château de St. Germain; Comptez ensuite bien exactement les mouvemens ou *Vibrations* du *Balancier* de la Pendule, qui se font dans l'intervale de temps qu'il y a entre l'instant qu'on voit le feu de l'Amorce, & que le Bruit du coup vient fraper à vôtre Oreille. Or je suppose icy que ce nombre de vibrations ou battemens soit de 54. Cela fait envoyez tirer un coup de Mousquet ou de Fusil, dans un endroit d'où vous puissiez facilement mesurer la Distance jusqu'à vous, qui sera par exemple icy de 715. toises; Comptez exactement la quantité de vibrations que le Balancier fait, dans l'intervale de temps qui se passe depuis que vous voyez le feu de l'Amorce jusqu'à ce que le bruit du coup vienne à vous; lequel nombre de battemens sera par exemple icy de cinq. Cela executé bien ponctuellement: faites une Regle de trois, dont le premier terme soit les 5. vibrations, & le second soit les 715. Toises, & enfin le troisiéme soit les 54. vibrations, Cette Regle étant achevée il viendra 7722. Toises pour la Distance cherchée. Cette pratique paroit n'être pas fort exacte & plus curieuse qu'utile, cependant, si on execute bien

bien ce qui y est proposé, elle sera pour le moins aussi juste que les operations de Trigonometrie, où l'on est obligé de se servir d'Instrumens Geometriques.

2. On se fonde sur le même Principe, pour trouver la Distance qu'il y a entre un lieu determiné, & l'endroit où se forme l'Eclair du Tonnerre. Car comptant les vibrations que le Balancier fait, entre les momens que l'Eclair paroît & qu'on entend le bruit du Tonnerre. Puis faisant ainsi que je l'ai déja dit, tirer un coup de Mousquet ou de Fusil dans un endroit dont on puisse facilement mesurer l'étendue & comptant trés-exactement les vibrations que le Balancier fait, entre les momens que le feu prend à l'Amorce & que le bruit du coup de cette arme à feu vient à vous. Si on fait aprés cela une Regle de trois dont les termes soient disposez comme à l'Article precedant, l'on aura au quatriéme la Distance cherchée.

Problême 57.

Methode exacte & juste, pour disposer sur une Carte Geographique les principaux lieux qui y doivent être marquez.

Je suppose icy qu'on veüille disposer sur un Plan Geographique plusieurs Bourgs & Villages suivant leur Situation & leur éloignement l'un de l'autre, afin d'y marquer ensuite plus facilement sur ce même Plan, les Montagnes, les Ruisseaux, les Prez, les Bois, &c.

La premiere chose qu'on doit faire pour en venir facilement à bout, c'est de choisir deux endroits

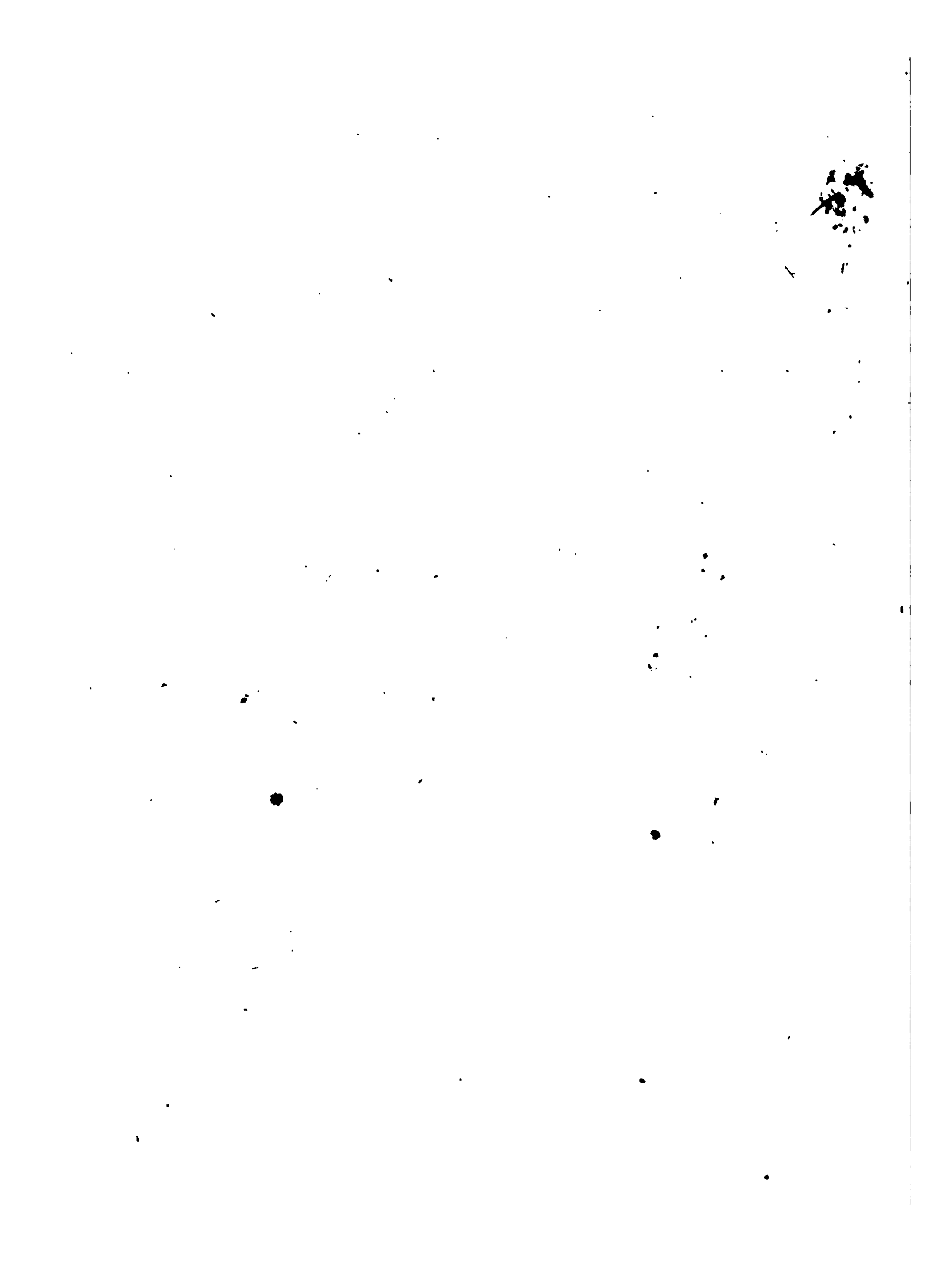
tels que A. & B. d'où l'on puisse découvrir tous les Bourgs & les Vilages qu'on veut placer sur la Carte, & que reciproquement cés deux endroits A. & B. se voyent l'un l'autre, ce qui étant fait on mesurera la Distance A. B. le plus precisément qu'on pourra & cela actuelement par le moyen d'une mesure connuë. Or je suppose que cette Distance A. B. soit de 1758. Toises. Car plus elle est grande plus l'operation est juste; Il faut ensuite disposer l'Instrument Geometrique (sur lequel on aura mis une Lunette d'approche pour mieux découvrir les Objets) au Point A. de maniere que l'une des Regles étant dirigée le long de A. B. l'autre puisse être variée sur tous les Bourgs & Vilages. Observant la valeur des Angles que les Rayons partant de A. pour aler à cés lieux font avec la Ligne A. B. & ayant marqué tout cela sur un papier. On ira à l'extremité B. ou l'on fera la même chose qu'en A. afin d'avoir la valeur des Angles, formez par la Base B. A. & les Rayons partant de B. pour aler successivement à cés mêmes lieux, marquant aussi ensuite cés Angles sur un papier. Tout cela bien executé. il est certain qu'ayant tiré une Ligne sur le papier où l'on veut dresser la Carte, à laquelle Ligne on donne autant des parties d'une Echelle que la Ligne A. B. contient de Toises, & qu'ensuite on fasse aux extremitez de cette seconde, Ligne des Angles egaux à ceux qui sont formez par les Rayons & par A. B. les croisemens des Lignes qui forment cés Angles, donneront la place du lieu proposé; Je ne crois pas qu'il soit necessaire de s'étendre d'avantage sur ce Problême, parce que n'étant qu'un composé de ceux que j'ai donnez pour la solution des Triangles, on ne sçauroit les bien entendre qu'en même temps celui cy ne soit facile.

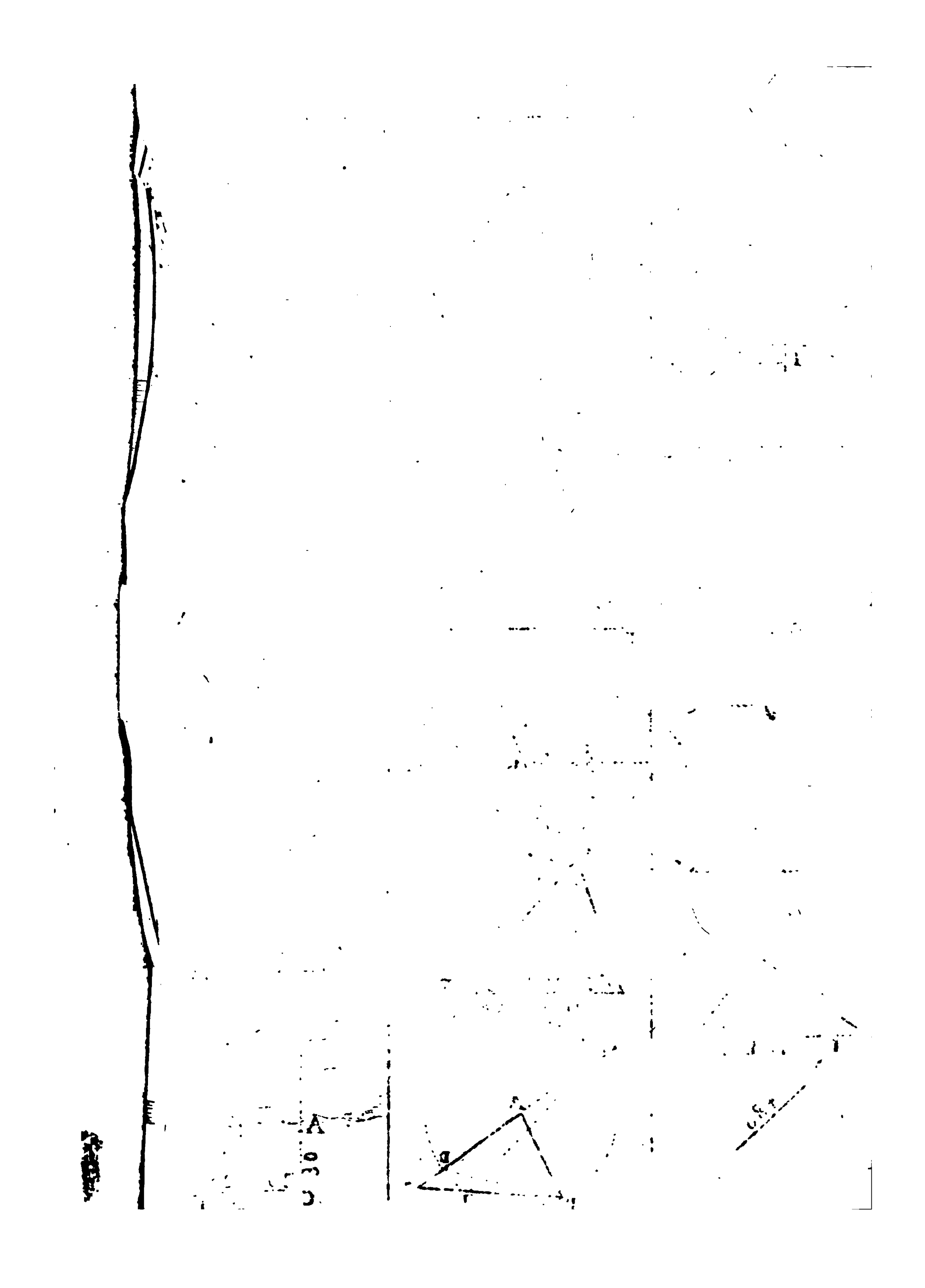
Remar-

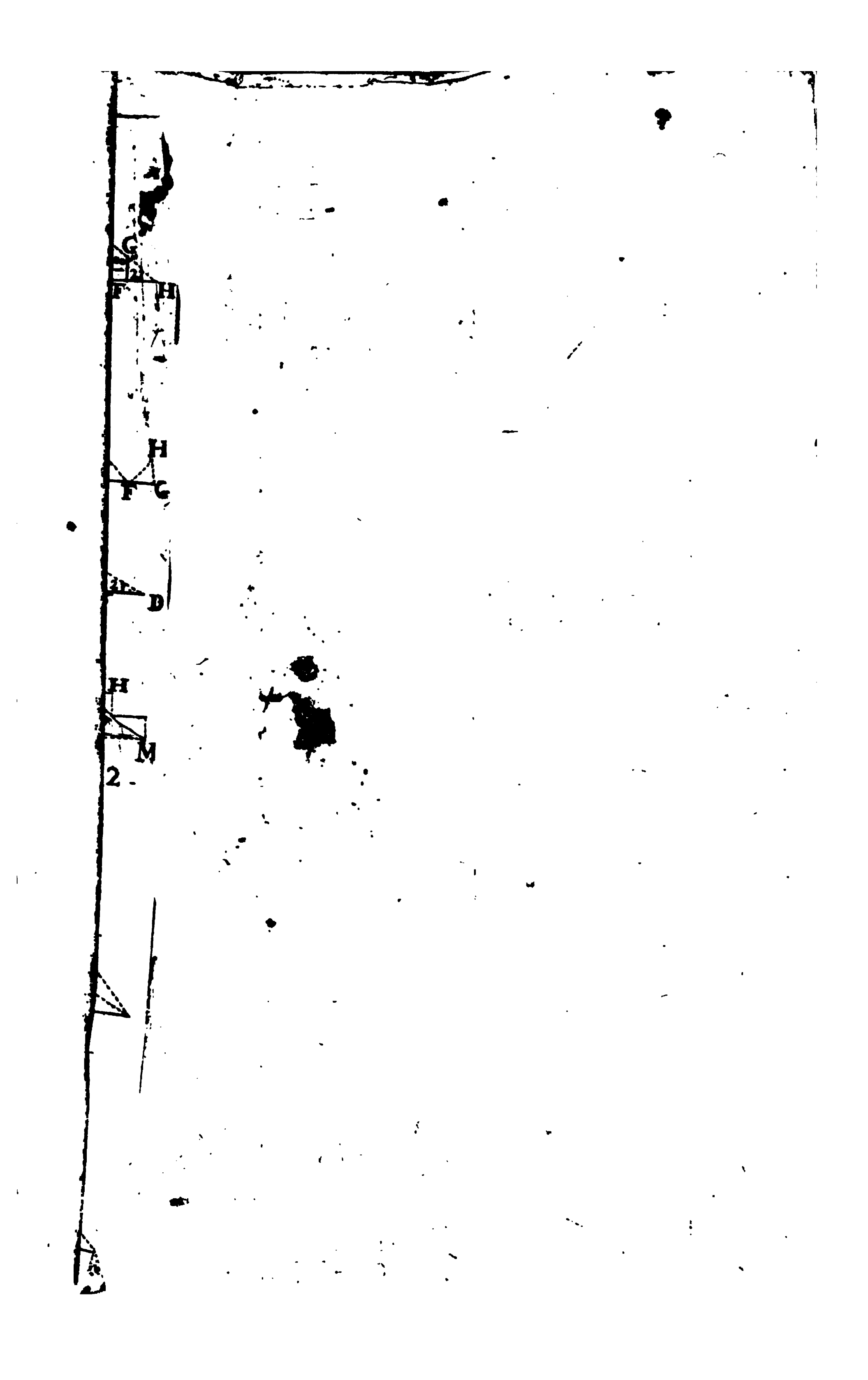
Remarque.

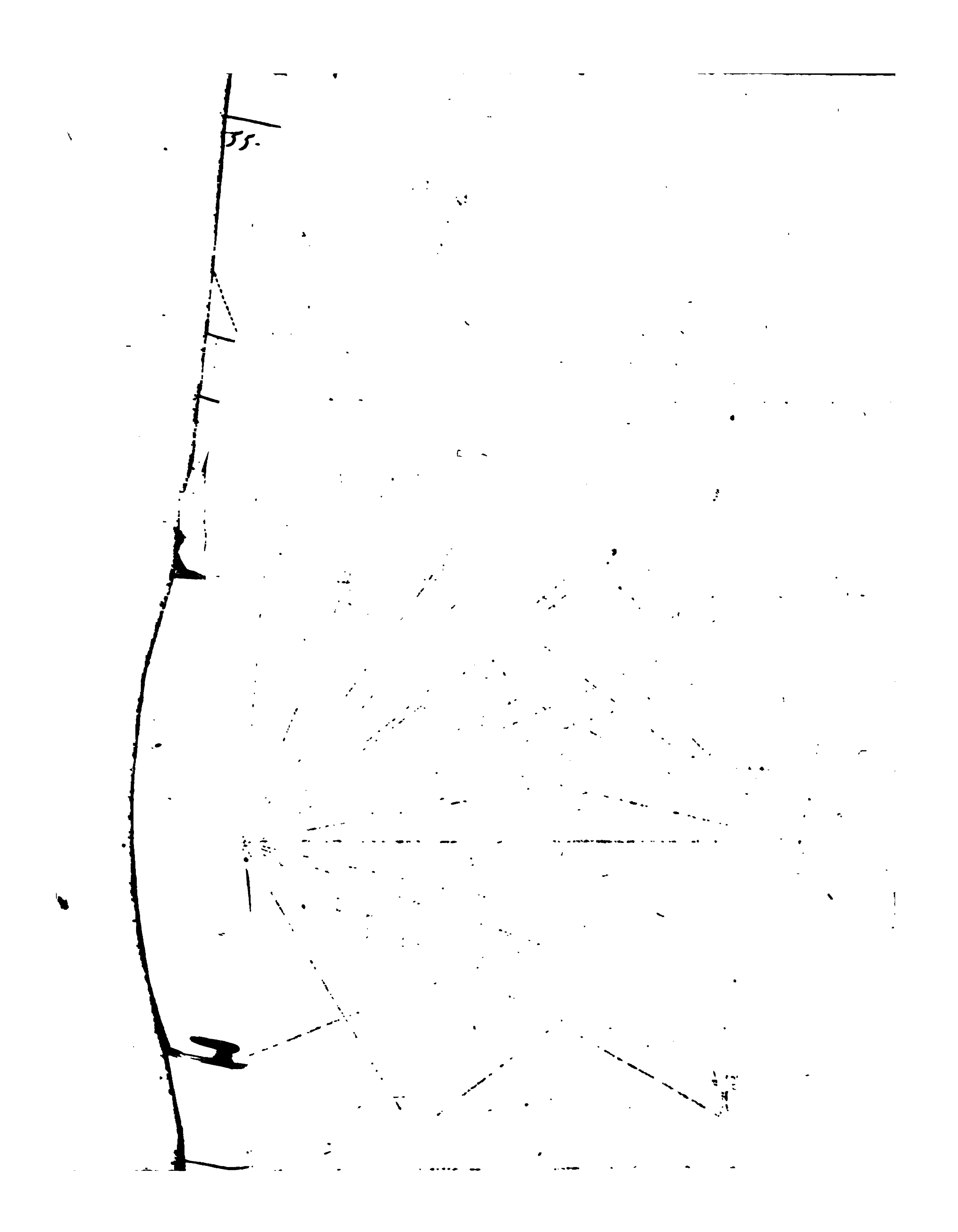
Si on usoit de la Planchette dans cette operation on feroit beaucoup mieux, parce qu'ayant tiré une Ligne droite dessus, relative à la Ligne A. B. il n'y auroit aprés cela qu'à tirer des Rayons le long de la Regle qui vous sert à borner, & par ce moyen vôtre Carte seroit toute dressée.

Je finis icy la Trigonometrie, sur laquelle il paroît que je me suis beaucoup étendu, cependant il y a une trés-grande quantité de Propositions que je n'explique pas, à cause que roulant sur les mêmes Principes que celles que j'ai données dans ce Livre, ceux qui les auront bien conçues mettront facilement en usage les autres.






G
F
H
H
F
G
D
H
M
2


35.

MANIERE DE NIVELER

LIVRE TROISIEME.

Definition.

NIveler, n'est autre chose que de trouver deux Points egalement eloignez du Centre de la Terre, & cela par le moyen d'un Instrument appellé *Niveau*.

Entre plusieurs Niveaux qu'on a inventez en divers Temps, suivant le besoin qu'on en a eu, ou suivant la Capacité de leurs Inventeurs, le plus ordinaire est celuy dont se servent les Ingenieurs ; Il est composé d'une espece de Pivot d'environ quatre à cinq Piés de Hauteur, sur lequel est portée une Piece de Bois creusée. Aux deux extremitez de laquelle sont deux Trous ou l'on met des Vases de verre, tellement disposez qu'en versant de l'Eau dans l'un de ces Vases, elle communique dans l'autre par le moyen de cette piece de Bois creuse, Ainsi qu'on le voit à la figure marquée A.

Quand on veut niveler quelque chose, on cherche précisément de combien ce quelque chose est elevé ou abaissé par dessus ou par dessous le Rez de chaussée ou Superficie horisontale. Ainsi niveler une Montagne

tagne, c'eſt chercher de combien le Sommet de cette Montagne eſt elevé par deſſus le Rez de chauſſée.

Je ne m'arrêterai point icy à la Theorie du nivêlement, non plus qu'à la Deſcription de diverſes ſortes de Niveaux. Je dirai ſeulement que le Niveau que je ſuppoſe, eſt facile à porter de même qu'à dreſſer. Il eſt vrai qu'on ne peut gueres par ſon moyen faire de grandes operations, à cauſe de la portée de la veuë qui ne s'étend pas loin; Mais ſi on applique une Lunette d'aproche deſſus. L'on pourra donner d'auſſi grands coups de niveau qu'on jugera à propos.

Meſſieurs de la Hire & Bullet, tous deux de l'Accademie des ſciences, nous ont donné dans leurs Traitez du nivelement, la conſtruction de pluſieurs beaux Niveaux que les curieux pourront voir, & même s'en ſervir dans les nivellemens de grande étenduë.

Comme une Ligne veritablement de niveau eſt courbe, à cauſe que tous les Points de ſon étenduë ſont également eloignez du Centre de la Terre: Cela fait que dans la Pratique ordinaire, on prend le niveau apparent pour le vray. Principalement quand la Diſtance ne va pas au dela de cent toiſes. Parce que la difference en eſt inſenſible; Mais dans un grand coup de niveau, il y auroit de l'erreur & même aſſés conſiderable, Il eſt vrai qu'on la corrige en ôtant l'Excés que le niveau apparent a par deſſus le vrai niveau; Ce qui ſe fait en quarrant l'étenduë de la Ligne du niveau apparent, dont le produit ſe diviſe par la valeur du diametre de la terre qui a êté trouvé de 6538594. Toiſes, par le Calcul qu'en ont fait Meſſieurs de l'Accademie des ſciences.

Pro-

Problême 58.

Pour connoître si un Plan est de Niveau ?

Disposez en plusieurs endroits de ce Plan, des Piquets de même longueur que le pivot sur lequel est porté le Niveau, (ou pour mieux dire que le rayon de mire de l'eau des vases) & ayant planté ces piquets bien à plomb ; Mettez le Niveau droit sur son pivot, environ vers le milieu du plan que vous voulez niveler ; Et l'ayant dirigé successivement vers le sommet de chacun de cés piquets. Si l'alignement ou rayon de veuë de la superficie de l'eau des vases répond à châque sommet de piquet, le Plan sera de niveau, mais si ce rayon est plus haut ou plus bas, le Plan ne sera pas de niveau. Il n'est pas absolument necessaire, que les piquets soient de même hauteur que le Niveau, il suffit que les cartons sur lesquels sont les marques noires dont je vais parler, puissent glisser le long des piquets.

Problême 59.

Pour marquer sur un Plan tant de Points de niveau qu'on voudra ?

Ayant placé le Niveau sur son pivot, environ vers le milieu du Plan, comme icy en B. & mis de l'eau dans les verres ; Ayez un aide qui portera une Perche bien droite, ou une double Toise, au long de laquelle sera posé un carton (sur lequel on aura fait une marque noire) de maniere qu'il puisse glisser le long de la double Toise, Envoyez cet aide à quelque endroit de ce Plan, comme icy en C. & dirigez vôtre Niveau de son côté,

luy faisant signe de la main de hausser ou de baisser ce carton le long de la regle suivant le besoin, jusques à ce que la marque noire ne fasse qu'une ligne droite avec le rayon de la superficie de l'eau qui est dans les verres, ainsi qu'on voit dans cet exemple, ou *D. E.* est dirigée vers *G.* Si on fait la même pratique sans bouger le Niveau de sa place, pour les Points *H. I. L. &c.* on aura les points de niveau qu'on cherche, c'est à dire que ces quatre Points sont également éloignez du centre de la terre; Car bien que la ligne du niveau apparent s'éleve un peu par dessus celle du vrai niveau, ainsi que je l'ai déja remarqué, cela ne fait rien contre le Problême que j'explique icy, pourveu que les endroits où se placera celuy qui porte la perche & le carton, soient à peu prés également distans du pié du Niveau, puisqu'à cent Toises d'éloignement, le niveau apparent ne s'éleve par dessus le vray, que d'une Ligne & qu'à trois cents Toises il y a un pouce de difference. Mais on donne rarement des coups de niveau de trois cents Toises de long, d'une seule operation, à moins qu'il n'i ait des lunettes d'aproche sur le Niveau, parce que la veuë est trop foible pour découvrir de si loin la marque noire du carton.

Remarque.

On peut me dire que les refractions faites par les vapeurs sortant de la terre, rompent le rayon de veuë de diverses façons, suivant qu'elles sont plus ou moins dissipées par le Soleil; mais l'on ne songe pas que dans les coups de niveau de petite étenduë, cela est absolument insensible, & à l'égard des

des nivelements de grande étenduë, on lève bien tost ces obstacles pour peu qu'on soit versé dans la pratique; Puis qu'on n'a qu'à placer le Niveau à une distance à peu prés égale des Points de niveau qu'on veut avoir. Car enfin quoy que ces Points ne soient pas de niveau avec l'oeil de l'observateur, ils le sont pourtant entr'eux; puis que les refractions, sont égales à des distances égales & sur un même Plan.

Que si on m'objecte, que le Nivèau dont on se sert peut avoir de l'erreur en luy même, en ce que le rayon de veuë ou mire, ne donneroit pas le vrai niveau apparent, je répondrai que cela s'appelle vouloir chicaner; Car pour peu qu'on sache niveler, il est aisé de faire la verification du Niveau pour une distance connuë, & s'en servir aprés cela aux autres distances, suivant qu'elles sont longues ou courtes.

AVERTISSEMENT.

Le Niveau dont je parle icy, est trés commode, parce que pouvant tourner sur son pivot, on le dirige facilement du côté qu'on veut, & par ce moyen faire plusieurs operations d'un même Point.

Je voudrois que le pié du Niveau, fut ferré de façon, qu'il ne pût entrer que d'une égale longueur dans la terre, & que je suppose dans celuy cy de 4. Piés, afin de n'être pas obligé de soustraire des élevations differentes; Si on colore l'eau qu'on met dans les vases de verre placez aux deux bouts du Niveau, on en distinguera beaucoup mieux la superficie.

J'ai

J'ai dit que le canal par ou l'eau communiquoit dans les verres du Niveau, étoit une piece de bois creusée mais on peut aussi en faire de fer blanc, & même ils sont plus commodes, tant pour leur legereté, que parce qu'on les peut faire aussi longs qu'on veut; Je sçai qu'ils se peuvent fausser mais cela ne tire à aucune consequence, parce que l'eau qui n'est retenuë de rien, cherche toûjours son niveau indépendamment de la courbure du tuyau.

Problême 60.

Deux Points tels que *M.* & *N.* étant donnez à la campagne, on demande de combien l'un est élevé ou abaissé au dessus ou au dessous de l'autre?

Placés vôtre Niveau à peu prés dans une égale distance de ces deux Points, comme icy en *O.* afin d'éviter la difference du niveau apparent par dessus le vrai niveau, & ayant dirigé le Niveau vers *M.* observez avec toute l'exactitude possible, le Point *S.* que le rayon de veuë *P. R.* découvre sur le carton que porte un aide placé en *M.* auquel vous faites signe de la main, de le hausser ou baisser le long de la double Toise suivant le besoin, cela fait, mesurez précisement de combien ce Point *S.* est élevé au dessus de *M.* ce que je suppose icy de 3. Piés 6. Pouces. Voyez aussi combien la marque noire du carton *T.* a d'élevation par dessus *N.* comme dans cét exemple de 8. Piés; Il est constant que si on ôte les 3. Piés, & 6. Pouces que *M. S.* contient des 8. Piés, que *T.* a par dessus *N.* le reste 4. Piés & 6. Pouces sera l'élevation de *M.* par dessus *N.* qui est ce qu'on se proposoit de chercher.

Remar-

Remarque.

Ceux qui font des nivelements, doivent bien prendre garde, que dans des operations comme la precedante, le Niveau soit toujours à peu prés également éloigné des deux Points à niveler, ainsi que je l'ai déja remarqué, afin d'éviter l'erreur dans laquelle on pourroit tomber par la differente élevation du niveau apparent sur le vrai niveau à des distances inégales, car ainsi qu'il a été dit, plus un coup de niveau est étendu, & plus l'élevation du niveau apparent par dessus le vrai niveau est sensible, ainsi qu'on le verra à la table, que je placeray à la fin de cette remarque & au Problême 66. ou je donnerai la maniere de trouver ces differentes élevations, dans un grand nivelement.

L'on doit encore prendre garde à une chose essentiele dans un nivelement, qui est que la marque noire du carton ne paroissant presque point, lors qu'il y a un peu loin, depuis le lieu où est le Niveau jusqu'à ce carton, on doit faire mettre un chapeau ou quelque autre chose de noir derriere le carton, afin de le mieux découvrir.

La Regle ou la double Toise au long de laquelle on hausse ou baisse le carton, doit être divisée non seulement en Piés & Pouces, mais encore en de moindres parties, afin qu'on puisse prendre avec plus de précision les élevations du niveau apparent par dessus le vrai niveau.

Table des hauſſemens du Niveau apparent.

Par deſſus le vrai Niveau.

Diſtances.		Hauſſemens du niveau apparent.			
		Piés.	Pouces.	Lignes.	Parties de lignes.
50	Toiles.	0	0	0	
100	Toiſes.	0	0	1	
150	Toiſes.	0	0	3	
200	Toiſes.	0	0	5	
250	Toiſes.	0	0	8	
300	Toiſes.	0	1	0	
350	Toiſes.	0	1	4	
400	Toiles.	0	1	9	
450	Toiſes.	0	2	3	
500	Toiſes.	0	2	9	
550	Toiſes.	0	3	6	
600	Toiſes.	0	4	0	
650	Toiles.	0	4	8	
700	Toiſes.	0	5	4	
750	Toiſes.	0	6	3	
800	Toiſes.	0	7	1	
850	Toiſes.	0	7	11	
900	Toiſes.	0	8	11	
950	Toiſes.	0	10	0	
1000	Toiles.	0	11	0	
1250	Toiſes.	1	5	2	
1500	Toiſes.	2	0	7	
1750	Toiſes.	2	9	8	
2000	Toiſes.	3	8	0	
2500	Toiſes	5	8	9	
3000	Toiſes.	8	3	0	
3500	Toiles.	11	2	9	
4000	Toiſes.	14	8	0	

Probléme 61.

Niveler une grande distance dont on ne peut venir à bout qu'en commençant à l'une des extremitez & par plusieurs Stations?

Supposons qu'il faille niveler la distance *A. B.* par plusieurs operations, dont l'une commence à l'une des extremitez *A.*

Il faut en premier lieu choisir le chemin le plus court & le moins inégal, d'entre ces deux extremitez *A.* & *B.* afin de n'être pas obligé de monter ni de descendre beaucoup, parce que cela augmente la difficulté du nivellement; Apres quoy plantez le Niveau au Point *A.* & le dirigez du côté de *B.* en sorte que le rayon de mire, découvre la marque noire du carton *D.* que l'aide placé en *C.* fera glisser le long de sa regle, selon le signe que vous lui ferez de hausser ou de baisser; Mesurez exactement *C. D.* que je suppose de 10. Piés 6. Pouces dont vous ôterez 4 Piés que je donne à la hauteur de l'eau des vases par dessus le rez de chaussée, le reste 6. Piés 6. Pouc. sera l'élevation du Point *A.* par dessus *G.*

En second lieu, transportez le Niveau à une distance raisonnable de *C.* (je la suppose d'ordinaire de cent Toises) comme icy en *E.* & l'y disposez de façon qu'étant dirigé du côté de *C.* le rayon de mire découvre la marque noire du carton *G.* que l'aide placé en *C.* fera hausser ou baisser le long de sa regle, suivant le signe que vous luy ferez; Mesurez bien précisement la hauteur de *G.* par dessus *C.* que je pose dans cet exemple de 6. Piés; Il est constant que *H.* étant de niveau avec *G.* sera aussi de 6. Piés plus élevé que *G.* & par consequent

quent ce même Point *H.* sera de 6. Poucès plus élevé que *A.*

En troisième lieu, disposez le Niveau au Point *K.* de façon que le rayon de mire découvre la marque noire du carton *I.* que l'aide laissé en *H.* haussera ou baissera suivant le besoin, & mesurez exactement *H. I.* que je pose icy de 13. Piés. Otez en les 4 Piés de la hauteur du niveau ou pour mieux dire du rayon de mire, le reste 9. Piés sera l'élevation de *K.* par dessus *H.* ainsi *K* sera de 9. Piés & 6. Pouces plus élevé que *A.*

Enfin placés le Niveau en *B.* & observés de combien le rayon de mire qui découvre la marque noire du carton *M.* de l'aide laissé en *K.* est élevé par dessus ce Point *K.* c'est à dire icy de 11. Piés; dont ôtant les 4. Piés de la hauteur du Niveau, il restera 7. Piés lesquels joints aux 9. Piés & 6. Pouces dont *K.* est plus haut que *A.* vous aures 16. Piés & 6. Pouces pour l'elevation de *B.* par dessus *A.*

2. La pratique que je viens d'expliquer suppose qu'il n'i ait pas une grande quantité de Stations à faire dans un nivelement; Mais comme il arrive assés souvent que pour une operation d'une étendue un peu raisonnable dans un lieu rabotteux ou inégal, l'on est obligé de choisir plusieurs Points pour disposer le Niveau, & consequemment de faire une grande quantité de Stations, voicy de quelle maniere il la faut exécuter.

Supposons qu'il faille niveler une grande distance telle que *N. O.* dont le terrain est fort inégal; Choisissez plusieurs endroits à placer le Niveau tels que sont les Points *P. Q. R. S. T. V. X. Y. &c.* mais faites en sorte qu'ils ne soient éloignez l'un de l'autre que d'environ

deux

deux cent Toises, afin que les coups de niveau n'en ayent guere plus de cent, & que les nivelemens se fassent avec plus de facilite; Cela fait, disposez le Niveau au Point *P.* de façon que l'ayant successivement dirigé vers les Points *N.* & *Q.* vous découvriés par le rayon de mire les marques noires des cartons 2. & 3. que les aides placés en *N.* & *Q.* feront hausser ou baisser le long de leur regle suivant le signe que vous leur ferez; Mesurez avec beaucoup d'exactitude les élevations 2. & 3. dont l'une est icy de cinq Piés & l'autre de neuf Piés & huit Pouces, lesquelles vous écrirés sur un papier à part pour vous en souvenir mieux.

En second lieu, faites porter le Niveau au Point *R.* & faisant tenir l'aide qui est au Point *Q.* à la place qu'il occupe, envoyez celuy qui est au Point *N.* se placer en *S.* & faites la même operation qu'à l'article precedant, c'est à dire, dirigez le Niveau de façon que par le rayon de mire, vous découvriez les marques noires de cartons 4. & 5. puis mesurez précisement la difference des élevations 3. & 4. laquelle est icy de huit Piés deux Pouces, que vous écrirés aussi pour vous en mieux souvenir. Prenez aussi l'élevation du point 5. par dessus le Point *S.* que vous écrirez de même sur le papier.

En troisiême lieu, faites transporter le Niveau au Point *T.* & ordonnez à l'aide qui est au Point *Q.* d'aler au Point marqué *V.* laissant celuy qui est en *S.* avec sa perche, & faites la même operation qu'aux deux cas precedants, marquant sur le papier l'élevation que les Points de niveau 6. & 7. ont par dessus le terrein, de même que la difference des Points de niveau de la précedante sta-

 tion

tion avec celle cy, c'est à dire l'élevation du Point 6. par dessus 5. laquelle est dans cet exemple de 9. Piés.

En quatriême lieu, faites porter le Niveau en X. & ordonnez à l'aide du Point S. d'aler au Point Y. laissant celuy qui est en X. & exécutez cette operation comme les precedantes, afin que par les rayons de mire, vous découvriez les marques noires des cartons 8. & 9. dont vous remarquerez la hauteur sur le terrein, pour l'écrire sur le papier: vous en ferés autant des Points de niveau de la station Y. avec celle cy, c'est à dire marquer sur le papier la difference hauteur des Points 7. & 8. laquelle est icy de sept Piés.

Continués de cette sorte à faire autant d'operations qu'il y a de Points de station entre les extremitez de la distance N. O. à niveler, en écrivant toûjours avec beaucoup d'exactitude sur vôtre papier *memorial* les hauteurs du terrein & celles des Points de niveau, aprés quoy vous ferés le calcul de toutes ces operations de la maniere qui suit.

Faites deux colonnes de chiffres, dont l'une marquera les *Haussements* du niveau, & l'autre marquera les *Baissemens*. Mettes dans la premiere de ces colonnes tous les haussemens de niveau, que vous aurez trouvé, entre les extremitez N. & O. de l'étendue à niveler, & dans l'autre tous les baissemens du niveau, qui se rencontrent entre les deux mêmes extremitez: Puis ôtez la petite de ces deux quantitez de la grande, le reste sera l'élevation que l'une de ces extremitez a par dessus l'autre.

Ainsi

Haussemens.	Baissemens.
9. Piés.	8. Piés 9. Pouc.
7.	3.

Ainsi par exemple le Point de niveau 4. étant abaissé de huit Piés & deux Pouces au dessous du Point de niveau 3. Je place cette quantité à la colonne des baissemens: & le Point 6. étant de neuf Piés plus élevé que le Point 5. Je place cette quantité à la colonne des haussemens. De plus le Point de niveau 8. est élevé de sept Piés par dessus le Point 7. je place cette quantité à la colonne des haussemens. Enfin le Point de niveau 10. étant abaissé de trois Piés par dessous le Point 9. on doit placer ce nombre aux baissemens. De sorte que pratiquant le même ordre par tout s'il y avoit plus d'operations, à faire & ajoûtant la valeur des chiffres de ces colonnes, on aura la quantité des haussemens, & celle des baissemens; Que si on ôte l'une de l'autre on aura leur difference, laquelle est icy quatre Piés & dix Pouces, dont le Point *O.* est élevé par dessus le Point *P.* ou le rayon du niveau placé en *O.* par dessus celuy de *P.* que si on ajoute à cela le Pié dont *N.* est plus bas que *P.* il viendra 5. Piés & 10. Pouces pour l'élevation de *O.* par dessus *N.* Quand il arrive que deux nivellemens se rencontrent à un même Point on met *O.* à la colonne dont il dépend.

Problême 62.

Trouver par le moyen d'un Niveau, de combien le sommet d'une montagne est élevé par dessus la superficie horisontale.

 Il faut

Il faut mettre en pratique, ce que j'ai enseigné au cinquiême cas du Problême 51. ou ce qui est la même chose ce qu'on voit à la figure de ce Problême 62. dont la veuë est plus qu'il ne faut pour en être instruit. Car c'est asseurement la meilleure methode, principalement lors que la montagne est disposée de façon, qu'on peut marcher sur son penchant.

2. Mais quand elle est inaccessible, on peut se servir de la pratique suivante. Dressez une double Toise ou un long bâton bien droit, à l'une des extrêmitez *A.* de vôtre Niveau, & l'ayant placé à un Point tel que *G* d'où vous puissiez par le rayon de mire voir le Piè de la montagne, & par la ligne partant de l'extremité *B.* du Niveau passant par *D.* sommet de la double Toise, découvrir le haut *E.* de la montagne & laissant une marque au Point *G.* à la place de vôtre Niveau, transportez le à un autre Point tel que *I.* d'où par le moyen du rayon de mire vous decouvriez le bas de la montagne, & par la ligne *B.H.* passant au milieu de la double Toise, vous voïez le même sommet *E.* de la montagne; Si vous mesurez la distance d'entre les deux Stations *G.* & *I.* vous aurez la hauteur de la montagne; Je connois un trés-habile Ingenieur qui fait cas de cette proposition; mais il me pardonnera bien si je ne suis pas de son sentiment en cela, car outre la difficulté de trouver des Points de station dont les allignemens que j'ai dit, puissent découvrir le haut & le bas de la montagne, je crois qu'on ne peut guere par la venir à bout de trouver la hauteur cherchée, avec la précision qu'on se propose dans un nivellement.

3. D'autres pretendent venir à la connoissance de

cette

cette hauteur, par le moyen d'un triangle rectangle de bois, sur l'un des côtez duquel on attache un Niveau, aprés quoy on le dispose de façon que la branche sur laquelle est attachée le Niveau, soit parallele aux rez de chaussée, & le grand côté dirigé vers le sommet de la montagne, & ainsi par deux triangles semblables trouver la hauteur cherchée; J'avoue que cela est vrai dans la speculation, étant fondé sur les principes de la Geometrie, mais je voudrois bien que ces Messieurs tombassent dans le cas que je propose icy, & qu'ils voulussent s'en tirer par cette methode, pour voir un peu quelle seroit la justesse de leur operation, fondée sur une si petite base que l'est une branche de triangle de bois.

Problême 63.

Deux Points tels que *K.* & *L.* étant donnez de part & d'autre d'une montagne, on demande leur élevation differente?

Pour bien executer cette proposition, il faut (si on peut marcher sur les deux penchans de cette montagne) chercher son Point le plus élevé, qui est icy *M.* aprés quoy on trouvera de combien ce Point *M.* est élevé par dessus le Point *K.* de même que par dessus *L.* ainsi que je l'ai expliqué au second cas du Problême precedant, ou au cinquiéme cas du 51. Problême, ce qui étant fait, on ôtera la petite de ces deux élevations de la grande, & le reste sera la hauteur de l'un des Points par dessus l'autre.

Problême 64.

Pour Niveler le cours d'une Riviere?

Si le nivellement qu'on veut faire de la pente des eaux d'une Riviere est de haut en bas, c'est à dire suivant son cours, la pratique en sera aisée, car tous les coups de niveau se

feront par baissemens & si ce nivellement est proposé de bas en haut, c'est à dire en remontant la Riviere, il sera tout aussi aisé, parce que tous les coups de niveau iront en élevant, de sorte que qui aura tant soit peu conçu ce que j'ai dit jusques icy touchant le nivellement, comprendra ce Problême par la seule veuë de sa figure qu'on trouvera à l'une des planches suivantes.

Problême 67.

Couper des terres suivant une Pente à volonté.

Supposons qu'il faille couper des terres suivant la ligne de Pente *N. O.* La premiere chose qu'on doit faire pour bien executer cette proposition, est de trouver de combien le Point *N.* est élevé ou abaissé au dessus ou au dessous de *O.* ainsi que je l'ai enseigné au 60. Problême (je pose icy que *N.* soit de 8. Piés plus élevé que *O.*) l'on veut par exemple couper des terres à sept Piés & six Pouces au dessous de la ligne *N. O.* c'est à dire, qu'on veut que le Plan *P. R.* luy soit paralléle; Rien n'est plus facile, car aprés avoir fait enfoncer de longs piquets tels que *S. T. V. &c.* à plomb dans la terre, jusqu'à ce que leur tête se trouve ne faire qu'un allignement avec les Points *N.* & *O.* si l'on fait enlever des terres jusqu'à la profondeur de sept Piés & six Pouces au dessous de la tête de ces piquets, ainsi que au dessous des Points *N.* & *O.* la pente en sera parallele à la ligne proposée; Surquoy l'on peut me dire que le terrein est quelquefois si inégal, que de l'un des Points donnez, on ne peut voir l'autre, mais cette difficulté est petite, puis qu'on n'a qu'à faire mener une *Regele* ou *Lunette* afin d'enlever les terres qui font obstacle entre les deux Points donnez.

2. Que si on vouloit enlever des terres faisant un Plan de Niveau, au dessous d'une ligne de pente telle que *A.B.* on chercheroit ainsi que je l'ai dit à l'article precedant, & que je l'ai enseigné au Problême 60. de combien l'une des extremitez de cette ligne est élevée par dessus l'autre, comme par exemple icy *A.* est élevé de 5. Piés par dessus *B.* aprés quoy, si on veût que le plan de niveau soit de 4. Pi. & 8. Pouc. plus bas que le Point *B.* on creusera jusqu'à cette profondeur en *C.* Cela fait, on creusera au dessous de *A.* une profondeur de 9. Piés & 8. Pouces jusques en *D.* Si on enleve les terres suivant l'allignement *C, D,* le plan sera de niveau, parce que ces deux Points le sont entr'eux.

Problême 66.

Trouver de combien le Niveau apparent s'éleve par dessus le vray niveau, dans un grand nivellement fait d'une seule operation.

Je suppose icy que l'on ait donné un coup de niveau d'une grande étenduë, par le moyen d'une lunette d'approche attachée sur le Niveau, tel que pourroit être la distance d'une montagne à l'autre, ou pour mieux dire de deux Points marquez dessus, qui sont de niveau apparent: Mesurés avec toute la précision possible, la distance en ligne droite d'entre ces deux Points, laquelle je suppose icy de 7840. Toises, si vous quarrés cette distance, & que vous en divisiez le produit 61465600. par le diametre de la terre lequel est de 6538594. Toises, le quotient 9. Toiſ. 2. Pi. 4. Pouc. & prés de 10. lignes, sera la hauteur du niveau apparent par dessus le vrai, c'est à dire l'élevation du point de visée ou de mire par dessus l'eau des vases. C'est dessus cette pratique, qu'est fondée la table qui precede le 61. Problême.

Remar-

Remarque.

Les critiques pourront me dire que les haussemens des niveaux apparents ne sont pas entr'eux, comme les quarrés de leurs distances, du moins dans la rigueur geometrique, & que me fondant sur ce principe pour la solution du Problême precedant, les consequences que j'en tire ne peuvent pas être justes; je reponds à cela que l'objection qu'on me feroit la dessus, est la même que si on disoit que deux lignes perpendiculaires à la superficie horisontale, ne sont pas paralleles entr'elles, parce qu'étant prolongées elles s'iroient rencontrer au centre de la terre; ou que les cordons qui pendent aux extremitez du fleau d'une balance ne sont pas paralleles entr'eux par la même raison.

Aprés avoir traité à fonds du mesurage des lignes, il me paroit que j'en dois faire autant des superficies; pour cela il faut que j'établisse les principes du Toisé, d'une maniere claire & convaincante, c'est ce qu'on verra dans le livre suivant, ou je donne des demonstrations si natureles du mesurage, qu'on ne peut raisonnablement douter des principes que j'y établis.

S

6

K

EXPLICATION DU TOISÉ.

LIVRE QUATRIEME.

L'ON donne en France le nom de Toisé, à l'Art de mesurer tous les ouvrages que le Roy fait faire : Parce que la Toise est la principale mesure dont on s'y sert, pour connoître la longueur des Lignes, la capacité des Surfaces, & la solidité des Corps, dans tous ces ouvrages : Car pour l'Arpentage ; c'est à dire la mesure des Terres des particuliers, on se sert d'ordinaire de la Perche ou de quelqu'autre mesure connuë. Mais dés qu'on aura bien conçu la maniere de mesurer avec la Toise : il sera aisé de l'appliquer aux autres mesures.

1. L'on doit savoir, que la Toise contient six Piés de Roy en longueur.

2. Que le Pié contient douze Pouces en longueur & par consequent que la Toise a 72. Pouces de long.

3. Que le Pouce contient douze Lignes en longueur & que de cette sorte la Toise a 864. Lignes de long. & le Pié en a 144.

4. Que les Toises de long multipliées par des Toises de large, produisent des Toises quarrées : Ainsi par exemple, supposé que la Ligne *A. B.* contienne 5. Toises de long, & la Ligne *A. C.* 3. Toises : Ces deux quantitez étant multipliées l'une par l'autre ; produiront 15. Toises quarrées ; C'est à dire le nombre de Toises quarrées contenuës dans le Rectangle *A. D.*

 5. Que

5. Que les Toises de hauteur, étant multipliées par des Piés de longueur ou *Courans*, produisent des Piés dont six sont une Toise quarrée, & qu'ainsi un Pié courant sur une Toise de hauteur vaut six Piés quarrés, ce qui est clair, car dans le Quarré-long ou Rectangle *G.H.* supposé que la Ligne *F.G.* ait deux Toises de hauteur, & que la Ligne *F.H.* ait sept Piés courans ou de longueur: il est certain qu'en multipliant ces deux nombres l'un par l'autre, on aura le Rectangle *F. I.* qui contient 14. autres petits Rectangles de chacun une Toise de haut, sur une Pié courant. ainsi qu'est par exemple le petit Rectangle *F. K.* Or je dis que six de ces Piés courans sur une Toise de hauteur, font une Toise quarrée. Ce qui est evident puis que six de ces Rectangles *F. K.* forment *K. L.* qui a une Toise en quarré. Je dis de plus qu'un Pié courant sur une Toise de hauteur, contient six Piés quarrés, ainsi qu'on le voit au Rectangle *F. K.* lequel contient six petits quarrés qui ont chacun un Pié en tous sens.

6. Que les Toises de hauteur, multipliées par des Pouces courans produisent des Pouces dont 72. font la Toise quarrée, à cause que 12. de ces Pouces, font un des Piés courans sur Toise de hauteur dont je viens de parler, ainsi qu'on le voit à la même figure, où le Rectangle *H. L.* ayant une Toise de long, sur un Pié ou douze Pouces courans, est un des Piés dont six font la Toise quarrée; Or ce Rectangle *H. L.* en contient douze autres petits, qui valent chacun sa douziéme partie, d'où je conclus que 72. de ces petits Rectangles, contiendront autant que le quarré *H. K.* lequel a une Toise quarrée. d'où il est aisé de conclure qu'un Pouce courant sur Toise de

de hauteur vaut la moitié d'un Pié quarré, parce que chacun de ces Pouces en vaut 72. quarrés, comme on le verra mieux dans la suite.

7. Que les Toises de hauteur, étant multipliées par des Lignes courantes produisent des Lignes dont 12. font un des Pouces que je viens d'expliquer. & 144. font un Pié courant sur Toise de hauteur & enfin 864. égalent la Toise quarrée.

Remarque.

L'on doit bien prendre garde de ne pas confondre, les Piés Pouces & Lignes dont je viens de parler, avec les Piés quarrés, ou avec les Pouces quarrés, ni enfin avec les Lignes quarrées, qu'on mettoit en usage dans les Toisés il n'y a pas long temps, & dont même plusieurs personnes se servent encore, pour ne vouloir pas se deffaire d'une vieille erreur. Car une Toise quarrée ayant six Piés de long sur six de large, contient 36. Piés quarrés. Cette même Toise quarrée contient 5184. Pouces quarrés, parce qu'elle en a 72. de long sur 72. de large; Enfin cette même Toise quarrée contient 746496. Lignes quarrées, en ayant 864. de long sur autant de large; Au lieu que six Piés courans sur Toise de hauteur, font une Toise quarrée comme je l'ay fait voir, & 72. Pouces courans sur Toise de hauteur font une Toise quarrée, & enfin 864. Lignes courantes sur Toise de hauteur font la même Toise quarrée; On pourroit aler jusqu'aux Points & s'il étoit necessaire encore plus bas. Mais la pratique ne descend gueres jusqu'à ces petitesses.

Si on comprend une fois bien tout ce que je viens

de dire sur les principes du Toisé, il sera facile de l'appliquer aux Figures qu'on veut mesurer. Mais avant que de reduire ces principes en pratique, je vais tâcher de les rendre clairs & aisés, autant qu'il me sera possible.

Quand un Quarré ou un Rectangle n'a que des Toises de long sur des Toises de large. On multiple l'une de ces quantitez par l'autre, le produit de cette multiplication donne les Toises quarrées que cette Figure contient : Ainsi supposé que la Ligne, *A. B.* du Rectangle *A. D.* ait sept Toises, & que *A. C.* en ait cinq. Ces deux nombres étant multipliés l'un par l'autre, produiront 35. pour le nombre de Toises quarrées contenuës dans cette Figure *A. D.*

Lors que le Rectangle à mesurer contient des Toises de haut, & des Toises & Piés de large. On ne fait que multiplier ces Toises & Piés par les Toises de la hauteur, pour avoir ce qu'on cherche. Ainsi supposé que la Ligne *F. G.* du Rectangle *F. I.* ait 4. Toises de hauteur, & que la Ligne *F. H.* ait 6. Toises, & 4. Pi. de long. Je multiplie ces deux quantitez l'une par l'autre, en disant 4. fois 4. Piés font 16. qui valent 2. Toises 4. Pi. Je pose les 4. Pi. à leur rang & je retiens les 2. Toises pour les porter avec les 24. produites du 6. multiplié par le même 4. de sorte que le Rectangle *F. I.* contient 26. Toises quarrées, & 4. Piés courans sur Toise de hauteur, qui valent les deux tiers d'une Toise quarrée ; Ce qui est evident par ce que j'ai deja dit. Car outre les 24. Toises quarrées produites par la multiplication de 6. & de 4. il y a encore les 16. petits Rectangles qui ont chacun une Toise de haut, sur un Pié courant. C'est à dire 16. sixièmes de Toise quarrée, qui font juste deux Toises & 4. Piés.

Mais

Mais si outre les Toises & Piés de la longueur il y avoit encore des Pouces. Il faudroit multiplier toute la longueur par les Toises de la hauteur en commençant par les Pouces. Ainsi supposons que la Ligne *L. M.* du Rectangle *L. N.* ait 5. Toises 3. Pi. 4. Pouc. & que la Ligne *L. O.* ait 3. Toises. Si nous multiplions d'abord les 4. Pouc. de long par les 3. Toises de hauteur nous aurons 12. petits Rectangles qui ont chacun un Pouce courant sur une Toise de hauteur; ainsi il en faudra douze pour faire un des Piés dont il a eté parlé, c'est à dire pour la 6. partie d'une Toise quarrée. De sorte que disant 3. fois 4. Pouc. sont 12. on pose Zero au degré des Pouces & on retient un. Puis disant 3. fois 3. Pi. sont 9. & un de retenu sont 10. valant une Toise & 4. Pi. l'on pose les Piés à leur rang, & l'on retient la Toise pour la porter aux autres Toises.

Enfin s'il y avoit des Toises, Piés, Pouces & Lignes à la longueur & des Toises seules à la hauteur, on multiplieroit comme il a été dit cette longueur par la hauteur en commençant par les Lignes. De sorte que si la Ligne *A. B.* du Rectangle *A. D.* contient 7. Toises. 4. Pi. 7. Pouc. 9. Lig. & la Ligne *A. C.* 8. Toises. Je dirois 8. fois 9. Lignes sont 72. qui valent 6. Pouc. que je retiens pour les porter à leur Colonne, & je pose zero sous les Lignes; Puis je dis 8. fois 7. Pouc. sont 56. & 6. de retenus sont 62. valant 5. Pi. & 2. Pouc. je pose les 2. Pouc. en leur lieu & je retiens les 5. Pi. pour les porter au leur: le reste se fait à l'ordinaire.

Remar-

Remarque.

Les Propositions suivantes, expliquent le Toisé des figures Rectangles qui ont des sous especes non seulement à la longueur, mais encore à la hauteur.

Proposons par exemple le quarré long *E. H.* dont la longueur *E. F.* est de 24. Toises 3. Piés 9. Pouces 6. Lignes, & la hauteur *E. G.* de 7. Tois. 2. Pi. Si je multiplie *E. F.* par *E. I.* qui a 7. Toises, le produit 172. Tois. 2. Pi. 6. Pouc. 6. Lign. sera pour le Rectangle *E. L.* ainsi que je l'ay fait voir dans les exemples precedans. Or comme la Ligne *E. G.* contient non seulement 7. Toises, mais encore 2. Piés. Il s'agit donc de multiplier la Ligne *I. L.* ou son egale *E. F.* par la partie *I. G.* qui a 2. Pi. de sorte que je raisonne comme il suit. Si j'avois à multiplier *I. L* de 24. Tois. 3. Pi. 9. Pouc. 6. Lig. par une Toise de hauteur, il me viendroit au produit 24. Toises quarrées, & trois Piés courans sur Toise de hauteur, & 9. Pouces courans sur Toise & enfin 6. Lignes courantes sur Toise, d'ou je tire cette consequence: puis que 2. Piés que contient la petite Ligne *I. G.* ne sont que le tiers d'une Toise, Je ne dois prendre pour cés 2. Piés, que le tiers de ce que produiroit la Toise. C'est à dire la troisiéme partie de 24. Tois. 3. Pi. 9. Pouc. 6. Lign. afin d'avoir le petit Rectangle *I. H.* lequel ajoûtés avec *E. L.* on aura le tout *E. H.* compris des deux Lignes droites formant l'Angle droit *E.*

Si outre les Toises & Piés du multiplieur, il y avoit encore des Pouces, on multiplieroit comme je le viens de dire, toute la longueur par les Toises, puis toute la même longueur par les Piés. Aprés quoy pour les Pouces de

cette

cette hauteur, on prendroit les parties parfaites qui leur conviennent, sur ce qu'ont produit les Piés. Ainsi dans le Rectangle marqué. II. Supposons que la longueur *M.N.* soit de 18. Toif. 2. Pi. 8. pouc. 6. Lign. Et la hauteur *M.O.* de 5 Toif. 2. Pi. 8. pouc Si je veux avoir la capacité de cette Figure. Je multiplie d'abord toute la longueur par les 5. Toif. afin d'avoir le Rectangle *M. T.* Aprés quoy pour les 2. Piés de la hauteur, je prends le tiers des 18. Toif. 2. Pi. 8. Pouc. 6. Lign. que la longueur contient, ce qui donne 6. Toises 0. Piés 10. Pouces 10. Lignes pour le Rectangle *S.R.* lequel a sa longueur *S.T.* égale à *M. N.* sur la hauteur *S.Q.* de 2. Pi. De plus, comme 8. Pouces sont le tiers de 2. Pi. Si pour les 8. Pouces de la hauteur, on prend le tiers de ce qu'ont produit les 2. Pi. il viendra 2. Toif. 0. Pi. 5. Pou. 7. Lig. $\frac{1}{3}$ pour le Rectangle *Q P.* lequel a pour longueur *Q.R.* égale à *M.N.* sur 8. Pouces de hauteur.

Enfin s'il y a des Toises, Piés, Pouces, & Lignes tant à la longueur qu'à la hauteur ou largeur. L'on multiplie d'abord toute la longueur par les seules Toises de la hauteur, aprés quoy on prend pour les Piés de la hauteur, les parties parfaites de la Toise sur toute la longueur. Et on en fait de même pour les Pouces & Lignes de cette hauteur ou largeur. Ainsi dans le Rectangle marqué. III. Supposons que la longueur *A. B.* soit de 27. Toif. 3. Pi. 9. Pouc. 6. Lig. & la largeur *A. D.* de 8. Toif. 1. Pi. 4. Pouc. 8. Lign. Si on veut avoir sa capacité, l'on doit en premier lieu multiplier toute cette longueur *A.B.* par les 8. Toif. de la hauteur. & comme un Pié est le sixiéme d'une Toise, je prends pour le Pié de la hauteur le sixe de toute la longueur, & il vient 4. Toif. 3. Pi. 7. Pouc. 7. Lign. Ensuite dequoy je prendray pour les 4. Pouc. de la hauteur le tiers de ce qu'a produit

le

le Pié: Enfin pour les 8. Lignes de la hauteur. Je prendray le sixiéme de ce qu'ont produit les 4. Pouces, parce que 8. Lignes sont la sixiéme partie de 4. Pouces. De sorte qu'ajoûtant toutes cés quantités en une, on aura le Rectangle *A. C.* qui étoit proposé à mesurer.

AVERTISSEMENT.

Les Multiplications dont je me suis servi jusques icy pour expliquer le Toisé. Supposent toutes que le nombre des Toises de la Hauteur ou Largeur. C'est à dire du multiplieur, ne passe point 10. Mais comme aux dimensions des figures à mesurer, il arrive assés souvent que les hauteurs ou largeurs, excedent de beaucoup ce nombre, cela change quelque chose à la Pratique. Je dis quelque chose, parce que le Principe est toûjours le même en l'un & l'autre cas, puis qu'il s'y agit de multiplier toute la longueur, par toute la largeur ou hauteur. Et c'est ce qui est fait à plusieurs reprises, comme on le verra à l'Article qui suit.

Supposons qu'il s'agisse de trouver la capacité du Rectangle ou Quarré-long marqué du chiffre 4. dont la longueur *E. F.* est de 52. Toises 2. Pi. 4 Pouc. 8. Lig. & la largeur *E. H.* de 37. Toises 3. Pi. 9. Pouc. Pour y parvenir on multiplie, ainsi que je l'ai déja dit toute la longueur par toute la largeur. Mais comme cela ne se peut tout d'un coup. Je multiplie d'abord les 52. Toises de long par les 37. de large, aprés quoy je multiplie les 2. Pi. de la longueur par les mêmes 37. Toises, c'est à dire que je prens le tiers de cés 37. Toises; parce que 2. Pi. sont le tiers d'une Toise; Ensuite je prens pour les 4. Pouces de la longueur. La sixiéme partie de ce qu'ont produit

produit les 2. Pi. & enfin pour les 8. Lignes de la longueur, je prens la sixiême partie de ce qu'ont produit les 4. Pouces, par ce moyen toute la longueur, se trouvera multipliée par les 37. Toises de large ; Il faut donc encore multiplier toute la longueur, par les Piés & par les Pouces de cette même largeur. Ce que je fais en prenant la moitié de toute la quantité d'en haut, c'est à dire de la longueur pour les 3. Piés, parce que ces 3. Piés sont la moitié d'une Toise, & comme 9. Pouces sont le quart de 3. Pi. je prends le quart de ce que m'ont produit les 3. Pi. pour la valeur des 9. Pouces d'enbas. De sorte que de cette façon, toute la multiplication se trouvera faite, & ajoûtant les quantitez particulieres en une seule, on aura la capacité de toute la figure.

Que s'il y eût eu des Lignes avec les Toises, Piés, & Pouces, de la hauteur *E. H.* Il auroit falu prendre les parties parfaites qui leur conviennent, sur ce qu'ont produit les Pouces.

Remarque.

Ceux qui ne sont pas accoutumez à cette maniere de Toiser, & qui au contraire suivent l'ancienne methode, ont de la peine à concevoir, que des Toises & Piés, étant multipliées par des Toises & Piés, puissent produire des Toises, Piés & Pouces, parce disent ils que ces quantitez étant multipliées les unes par les autres, ne peuvent produire que des quantitez de pareille valeur ; Mais s'ils examinent bien ce que j'ay établi dans les principes du Toisé, peût être changeront ils de sentiment en voyant que les Pouces dont je parle, valent chacun la moitié d'un Pié quarré ;

parce que ce sont des Pouces courans, sur une Toise de hauteur, & par consequent 72. Pouces quarrés, valant la moitié d'un Pié quarré : & ces mêmes Pouces courans sur Toise de hauteur, valent chacun le douzième d'un Pié courant sur Toise de haut, dont 6. font la Toise quarrée, ainsi un de ces Pouces est le septantdeuxième d'une Toise quarrée.

La même chose doit être entenduë pour les solides, car les Piés dont on y entend parler étant courans sur une Toise de hauteur, & autant de profondeur, valent chacun la sixième partie de la Toise cube, c'est à dire chacun 36. Piés cubes : Les Pouces courans sur Toise, dont je parleray dans les solides, valent chacun la 72. partie d'une Toise cube, parce qu'ils ont non seulement une Toise de hauteur, mais encore autant de profondeur, ainsi qu'on le verra mieux dans la suite.

Lors qu'un Rectangle a des Toises, Piés, & Pouces de haut, & qu'il n'a que des Piés courans. L'on prend pour ces Piés courans, la partie parfaite qu'ils sont de la Toise, sur toute la hauteur. Ainsi supposons que le Rectangle marqué. V. ait sa hauteur *A. C.* de 15. Tois. 4. Pi. 9. Pouces & sa longueur *A. B.* seulement de 4. Pi. pour trouver la capacité de cette Figure voicy comme je raisonne, si la longueur *A. B.* étoit d'une Toise, le Rectangle *A. D.* seroit de 15. Toises quarrées, 4. Pi. courans sur Toise de hauteur, & 9. Pouces courans sur Toise de hauteur : Mais cette même Ligne *A. B.* n'a que 4. Piés, qui sont les deux tiers d'une Toise, donc Je dois prendre deux fois le tiers de cés 15. Toif. 4. Pi. 9. Pouc. & il me viendra 10. Toif. quarrées, 3. Pi. courans sur Toise de hauteur, & 2. Pouces courans sur Toise de hauteur pour ce Rectangle *A. D.*

On doit observer la même chose lors qu'y ayant des Toises,

Toises, ou des Toises & Piés, ou des Toises, Piés, & Pouces; ou enfin des Toises, Piés, Pouces, & Lignes à la hauteur, il n'y a que des Pouces courans à la largeur: Car on prend la partie parfaite qui convient à ces Pouces, sur toute la hauteur. De sorte que si dans la même Figure V. ou la hauteur est de 15. Tois. 4. Pi. 9. Pouc. la largeur n'avoit que 8. Pouc. Je prendrois pour cés 8. Pouces (qui sont le 9. de la Toise) le neuvième de toute cette quantité, & il viendroit 1. Tois. 4. Pi. 6. Pouc. 4. Lig. & s'il y avoit eu 6. Pouces au lieu de 8. J'aurois pris le douzième, parce que 6. Pouces sont le 12. de la Toise. & s'il n'y avoit eu que 3. Pouc. au lieu de 8. comme cés 3. Pouc. ne sont que le 24. d'une Toise, & que cette partie est mal aisée à prendre. Il faudroit supposer avoir pris pour un Pié, & prendre ensuite le quart de ce qu'auroit produit ce Pié, parce que 3. Pouces en sont le quart.

Enfin s'il n'y avoit que des Piés, ou des Piés & Pouces, tant à la longueur qu'à la largeur. Il faudroit pour n'avoir pas recours aux Piés quarrés, & à leurs parties, mais au contraire avoir tout d'un coup des parties parfaites de Toise quarrée. Il faudroit dis je, prendre sur la longueur, les parties qui conviennent à la largeur. Ainsi posé que le Rectangle marqué VI. ait sa longueur *E. F.* de 5. Pi. 8. Pouc. & sa largeur *E. H.* de 4 Pi. 10. Pouc. & que j'en veuille la capacité en parties de Toise quarrée. Je prens pour les 4. Pi. de la largeur, deux fois le tiers de la longueur 5. Pi. 8. Pouc. aprés quoy je prendray pour 8. Pouc. des dix de la largeur, le tiers de ce qu'aura donné l'un de ces tiers. Enfin pour les 2. Pouc. restans on prendra le quart de ce qu'ont produit les 8. Pouces.

Si on a bien compris ce que j'ai dit jusqu'icy, touchant les Superficies rectangles, il sera facile de l'appliquer aux Solides. Car supposé par exemple que le Parallelepipede marqué. VII. ait sa longueur *A. B.* de 3. Tois. 2. Pi. 4. Pouc.

ſa largeur ou hauteur A. C. 2. Toiſ. 3. Pi. & ſa profondeur C. E. d'une Toiſe. Il eſt certain que ſi on multiplie la longueur A. B. par la largeur ou hauteur A. C. Il viendra au produit 8. Toiſes quarrées & 2. Piés courans avec 10. Pouces courans ſur une Toiſe de hauteur, pour la ſuperficie du Rectangle A. D. de ſorte que multipliant cette ſuperficie par l'épaiſſeur C. E. qui a une Toiſe, on aura 8. Toiſes cubes & 2. Piés courans ſur Toiſe de hauteur & autant d'épaiſſeur, avec 10. Pouces auſſi courans, ſur Toiſe de hauteur & de Profondeur, ainſi qu'on le peut voir par le moyen de tous les petits cubes, & de tous les petits Parallelepipedes, renfermés dans le total *E. B.*

Si le ſolide qu'on veut meſurer, avoit des ſous eſpeces non ſeulement à la longueur & à la largeur ou hauteur, comme le precedant, mais encore à la profondeur ou épaiſſeur, ainſi qu'on le voit au ſolide I. R. ou la longueur I. L. eſt ſuppoſée de 19. Toiſ. 2. Pi. 9. Pouc. & la hauteur I. N. de 5. Toiſ. 2. Pi. 8. Pouc. & enfin la profondeur I. P. de 4. Toiſ. 1. Pi. 6. Pouc. Il faudroit d'abord ſuivant ce qui a été enſeigné à la meſure des Rectangles precedans, multiplier la longueur I. L. par la hauteur I. N. afin d'avoir la capacité du Quarré-long I. M. de 105. Toiſ. 5. Pi. 7. Pouc. 8. Lig. laquelle étant à ſon tour multipliée par l'épaiſſeur I. P. le dernier produit ſera 450. Toiſ. 1. Pi. 5. Pouc. 7. Lig. pour la maſſe du Parallelepipede I. R.

PLANI-

G

F

G

R

PLANIMETRIE OU MESURE DES FIGURES SUPERCIELLES.

LIVRE CINQUIEME.

BIen que sous le nom de Planimetrie, qui est celuy qu'on donne à la mesure des surfaces, on ne dût entendre à la rigueur, que ce qui regarde precisément les Plans, c'est à dire les Superficies plattes. J'y comprendray pourtant tout ce qui peut être mesuré par les deux simples dimensions, de longueur, & de largeur.

Toute grandeur de quelle Espece qu'elle puisse être, doit toûjours se mesurer par une autre grandeur de même Espece. Ainsi les Lignes ayant été mesurées par des Lignes, il s'ensuit que les superficies le doivent être par des superficies, comme les solides le seront par d'autres solides.

Les superficies dont on se sert pour en mesurer d'autres, sont des quarrez, comme étant les plans les plus propres à la mesure des autres Figures superficielles.

Pour garder un ordre naturel dans ce cinquiême Livre, ainsi que j'ay fait aux quatre precedents: Je parleray en premier lieu de ce qui est simple & qui sert d'introduction au reste: de sorte que le quarré devant être la Figure qui servira à mesurer les autres, ce sera par elle que je commencerai.

AVERTISSEMENT.

Je dois dire avant de passer outre, que toute la Planimetrie suppose une connoissance des Principes établis dans le Toisé: ainsi ceux qui la voudrot bien posseder, doivent en premier lieu s'attacher à ces Principes. Aprés quoy il leur sera facile de venir à bout de tout ce qui suit.

Problême 67.

La Superficie d'un Quarré se trouve, en multipliant l'un des Côtez de cette Figure par soy même, car le produit de la multiplication est ce qu'il faut. De sorte que si le Côté *A. B.* du Quarré *A. C.* representant la Place d'armes d'une Forteresse, contient 42. Tois. 2. Pi. de long, & qu'on propose de sçavoir sa capacité. Il n'y a qu'à multiplier ce nombre par luy même, c'est à dire par 42. Tois. 2. Pi. la Regle étant faite on aura 1792. Tois. o Pi. 8. Pouc. pour le contenu du Quarré. (Ce qui est fondé sur la 1. Definit. du 2. Livre d'Euclide.)

Corollaire 1.

La Superficie d'un Quarré étant connuë on aura la longueur de l'un de ses Côtez, en tirant la Racine quarrée de cette Superficie. Ainsi dans le Quarré precedant ou la superficie est de 1792. Tois. o. Pi. 8. Pouc. si on tire la Racine quarrée de ce nombre, on aura 42. Tois. 2. Pi. au quotient, pour l'un des Côtez tel que *A. B.*

Corollaire

Corollaire 2.

Le Côté d'un Quarré étant connu, on trouvera la Diagonale de cette Figure comme il suit, supposés que ce Côté marqué icy *F.G.* ait 59. Toises, il faut le quarrer, c'est à dire le multiplier par soy même & doubler le produit 3481. Tois. car tirant la Racine quarrée de ce double 6962. on aura trés prés de 83. Toises 2. Pi. 9. Pouc. à la Racine, pour la valeur de la Diagonale *F.H.*

Corollaire 3.

La Diagonale d'un Quarré étant connuë on trouvera la Superficie de ce Quarré, & ensuite l'un de ses Côtez comme il suit. Quarrez cette Diagonale marquée icy *L. N.* de 117. Toises de long: Prenez la moitié de ce quarré qui est de 13689. Toises. Cette moitié 6844. Toises, 3. Piés sera la Superficie du Quarré, dont la Racine quarrée, qui est fort prés de 82. Toises, 4 Piés, 5. Pouc. sera pour l'un des Côtez *L. M.* (Ces trois Corollaires sont fondez sur la 47. du 1.)

Remarque.

Il est demontré dans la derniere Proposition du 10. Livre d'Euclide que le Côté d'un Quarré, & sa Diagonale n'ont point de mesure commune: Ce qui fait qu'au Corollaire 2. bien que le Côté n'ait que des Toises simples, la Diagonale a des sous especes, & au Corollaire 3. bien que la Diagonale, n'ait que des Toises le Côté, a des Toises & des sous especes.

Problême

Problême 68.

La Superficie d'un Quarré-long ou Rectangle se trouve, en multipliant les deux Côtez qui forment un Angle droit, l'un par l'autre. Ainsi posé que les Côtez *A.B.* & *A.C.* qui forment l'Angle droit *B.* ayent l'un 25. Toif. 1. Pi. & l'autre 14. Toif. 3. Pi. Il n'y a qu'à multiplier cés deux quantitez l'une par l'autre. Leur produit 364. Toif. 5. Pi. 6. Pouc. sera la capacité du Rectangle *A.D.*

Corollaire 1.

La superficie & l'un des Côtez d'un Rectangle étant donnez, on trouvera l'autre Côté qui forme l'Angle droit avec ce premier, en divisant la superficie par le Côté connu : Ainsi dans le Quarré-long precedant où la superficie est de 364. Toif. 5. Pi. 6. Pouc. & le Côté *A.B.* connu de 25. Toif. 1. Pi. Si on veut avoir l'autre Côté *A.C.* qui est supposé inconnu, on n'a qu'à diviser cette superficie reduite en Pouces, par la valeur du Côté *A.B.* aussi reduite en Pouces : Car le quôtient sera la valeur de *A. C.*

Remarque.

J'ay dit que la superficie & le Côté connu devoient être reduits en Pouces, parce qu'un diviseur ne peut être composé de plusieurs valeurs, ainsi que je le fais voir aux pages 63. & 64. de mon Arithmetique.

Corollaire. 2.

Les deux Côtez qui forment l'Angle droit d'un Quarré-

Quarré-long étant connus, on trouvera sa Diagonale, en ajoûtant les quarrés de ces Côtez en une quantité, dont on tirera la Racine quarrée. De sorte qu'ayant quarré *F. G.* de 33. & *G. H.* de 44. & ajoûté leurs quarrés 1089. & 1936. en une quantité 3025. si on tire la Racine quarrée de ce dernier nombre, il viendra au quotient 55. pour la Diagonale *F. H.* (de la 47. du 1.)

Corollaire 3.

La Diagonale & l'un des Côtez d'un Quarré-long étant donnez, on trouvera l'autre Côté & la Superficie de cette Figure comme il suit. Quarrés la Diagonale *F. H.* de 55. & de ce quarré 3025. ôtez en le quarré 1936. du côté connu *G. H.* le reste 1089. sera le quarré de *F. G.* dont tirant la Racine quarrée, il viendra 33. pour sa juste longueur, puis on trouvera la Superficie comme il a été dit cy-devant.

AVERTISSEMENT.

Quand on mesure un Quarré-long, ou toute autre Figure qui a plus de longueur que de largeur : l'on doit sur toutes choses bien prendre garde, que la largeur soit prise bien exactement, parce que l'erreur qu'on fait sur cette largeur, est plus considerable, que si elle étoit faite sur la longueur à cause qu'elle s'étend dans la multiplication sur toute la longueur.

Problême 69.

La Superficie d'un Lozange ou Rhombe; de même que celle d'un Rhomboide ou Parallelogramme oblique,

se trouve, en multipliant un des Côtez de ces Figures, par la Ligne qui tombe à plomb sur ce Côté. Ainsi ayant multiplié le Côté *B. C.* du Lozange, par la Perpendiculaire *D. E.* tombant d'un Angle sur ce Côté, on aura 711: Tois. 1. Pi. 4. Pouc. pour la Superficie du Lozange; Que si on ne pouvoit pas abaisser de Perpendiculaire dans la Figure. Il n'y auroit qu'à prolonger l'un des Côtez, qui forment l'Angle émoussé, jusqu'à ce qu'il rencontra en *G.* l'aplomb partant de *A.* parce qu'en multipliant comme on voit au Rhomboide, le Côté *B.C.* 42. Tois. 4. Pi. par la Perpendiculaire *A. G.* de 20. Tois. 5. Pi. on auroit sa capacité (Ce qui est fondé sur 35. du 1.)

Corollaire.

La Superficie d'un Lozange, ou celle d'un Rhomboide, avec l'un des Côtez de cette Figure étant donnez, on trouvera la Perpendiculaire, en divisant la Superficie par le Côté connu, de sorte que divisant la Superficie 888. Tois. 5. Pi. 4. Pouc. du Rhomboide par 42. Tois. 4. Pi. (Côté connu) le quotient 20. Tois. 5. Pi. sera la Perpendiculaire *A. G.* ou *D. E.* mais il faut ainsi que je l'ai déja dit, reduire cette Superficie & ce Côté en Pouces. (Cette pratique n'est que le renversement de la precedante.)

Problême 70.

Tout Triangle se mesure, en multipliant sa Base par la moitié de sa hauteur, ou la moitié de sa Base par toute la hauteur, ou enfin toute la Base par toute la hauteur, mais en ce dernier cas, on ne prend que la moitié du produit de cette multiplication.

1. De

1. De ſorte que ſi le Triangle eſt Rectangle, comme *A. B. C.* il faut multiplier la Baſe *B. C.* qui eſt ſuppoſée de 38. Toiſ. 3. Pi. par la moitié de la hauteur, ou Perpendiculaire *B. A.* ſuppoſée de 27. Toiſ. 2. Pi. le produit 526. Toiſ. 1. Pi. ſera la valeur de ce Triangle.

2. Mais ſi le Triangle eſt oblique, comme *D. F. G.* on multipliera la Baſe *F. G.* de 43. Toiſ. 1. Pi. par la moitié de *D. H.* tombant du Sommet *D.* perpendiculairement, ſur cette Baſe, & on aura 1388. Toiſ. 3. Pi. 2. Pouc. pour la Superficie de la Figure requiſe.

3. Il arrive aſſés ſouvent qu'on ne peut entrer dans les Triangles, qu'on ſe propoſe de meſurer, & que par conſequent on ne peut y abaiſſer aucune Perpendiculaire, quand cela eſt, on fait en ſorte d'élever cet à plomb à l'une des extremitez d'un des Côtez du Triangle, comme on voit icy *K. M.* puis l'on multiplie *K. L.* par la moitié de *K. M.*

4. Que ſi outre la difficulté de ne pouvoir pas entrer dans le Triangle, il ſe trouvoit encore, celle de ne pouvoir pas à l'une des extremitez élever l'aplomb tout entier. On le tireroit à deux repriſes, comme on voit icy les parties *L. N.* & *O. P.* qui égalent *K. M.* étant jointes enſemble.

5. Enfin ſi le Triangle à meſurer dans lequel on ſuppoſe ne pouvoir pas entrer, eſt émouſſé, ainſi que *R. S. V.* on prolongera un des Côtez qui forment l'Angle obtus, juſqu'à ce qu'il rencontre la Ligne, qui partant de de *R.* tombe à plomb ſur ce prolongement en *X.* Car multipliant *S. V.* de 33. Toiſ. 4. Pi par la moitié de *R. X.* C'eſt à dire par 15. Toiſes 1. Pié, on aura la capacité de ce Triangle.

Corollaire.

La Superficie & la Base d'un Triangle étant données, on trouvera sa Perpendiculaire, en divisant cette Superficie par la Base, & doublant le quotient. Ainsi dans le Triangle precedant *R. S. V.* ou la Superficie est de 510. Tois. 3. Pi. 8. Pouc. & la Base *S. V.* de 33. Tois. 4. Pi. si on divise cés deux quantitez reduites en Pouces, l'une par l'autre, on aura 15. Tois. i. Pi. au quotient, or doublant ce nombre, on aura la Perpendiculaire *R. X.*

Autre Maniere de trouver la Superficie d'un Triangle.

Cette façon de trouver la Superficie d'un Triangle, est un peu plus longue que les precedantes, mais elle est plus seure & plus facile, & je m'en servirois volontiers dans les mesurages, qui demandent beaucoup d'exactitude; Ajoûtez les trois Côtez du Triangle à mesurer *B. X. C.* en une somme. Prénez la moitié de leur produit qui est icy 102. Tois. & de cette moitie. 51. ôtez en chaque Côté du Triangle en particulier. C'est á dire que de 51. il faut ôter 28. de la même quantité ôter 35. & enfin du même nombre ôter 39. il viendra 23. 16. & 12. pour les trois differences. Multipliez la premiere 23. par la seconde 16. & le produit 368. qui en viendra par la troisiéme 12. & enfin ce dernier produit 4416. par 51. moitié des trois Côtez: Si on tire la Racine quarrée du tout 225216. on aura prés de 474. Tois. 3. Pi. 5. Pouc. pour la Superficie du Triangle.

Je

Je suis bien aise de Demontrer icy cette Proposition, pour faire voir à ceux qui entendent les Elemens d'Euclide, quelle est sa certitude.

Inscrivés un Cercle dans le Triangle *A. B. C.* du Centre *O.* duquel baissez des Perpendiculaires sur les Côtez du Triangle, & menés des Lignes droites à ses Angles *B. A.* & *C.* Il est constant par la 16. du 3. que les Côtez du Triangle, toucheront le Cercle en *E. D.* & *F.* & comme on ne peut d'un même point mener que deux Lignes droites égales, qui soient touchantes à un Cercle; *A. E.* & *A. D.* seront égales entr'elles, de même *B. E.* *B. F.* le seront entr'elles, & enfin *C. F.* & *C. D.* entr'elles; que si on prolonge *B. A.* en *G.* d'une grandeur égale à *C. D.* on aura *B. G.* égale à la moitié des trois Côtez du Triangle; & qui sera aussi composée des trois differences qui se trouvent, entre la moitié des mêmes trois Côtez joints ensemble à chaque Côté particulier. Or multipliant donc *B. G.* par *O. E.* on aura la valeur du Triangle *B. A. C.* de sorte que cette valeur de Triangle, ou pour mieux dire le Rectangle de *B. G. E. O.* sera moyen proportionnel entre les quarrés des mêmes Lignes. *B. G.* & *E. O.* par la premiere du 6. à cause qu'il est alternativement de même hauteur que ces quarrés; Tires *G. H.* Perpendiculaire à *B. G.* & la continués, jusqu'à ce qu'elle rencontre *B. O.* prolongée en *H.* duquel Point *H.* vous menerez *H. I.* Parallele à *O. D.* pour avoir l'Angle *I.* droit; Menés une Ligne de *H.* en *A.* cette construction supposée: Il est constant que les Quadrilateres *E. D.* & *G. I.* seront semblables ayant chacun deux Angles droits, & l'Angle *D. A. E.* égal à *G. H. I.* de même que *E. O. D.* est égal à *G. A. I.* donc leurs moitiés, c'est à dire les

 Triangles

Triangles H. G. A. & A. E. O. seront aussi semblables: de sorte que par la 4. du 6. H. G. sera à G. A. comme A. E. à E. O. & par la 16. du même le Rectangle des extremes H. G. E. O. égalera celuy des moyennes G. A. A. E. Mais le Quarré de E. O. est par la premiere du 6. au Rectangle compris sous H. G. & E. O. comme la seule Ligne E. O. est à la seule H. G. ou comme B. E. à B. H. à cause de la comparaison alterne des Côtez des Triangles semblables B. E. O. & B. G. H. donc le rapport de B. E. à B. G. sera comme celuy du Rectangle E. O. G. H. ou son égal compris de A. E. A. G. ainsi qu'il à été prouvé: D'où je conclus que B. E. est à B. G. comme le Quarré de E. O. au Rectangle compris sous E. A. A. G. ainsi multipliant le Quarré de E. O. par B. G. on aura par la 16. du 6. autant que de multiplier le Rectangle compris sous E. A. A. G. par B. E. C'est à dire les trois differences l'une par l'autre; Que si ce dernier produit se multiplie encore par B. G. moitié des trois Côtez, on aura une quantité égale aux quarrés de B. G. & E. O. multipliez l'un par l'autre, dont tirant la Racine quarrée, il viendra une superficie moyenne proportionelle entre ces deux Quarrés, & par consequent égale à la capacité du Triangle B. A. C.

Autre Maniere de trouver le Triangle B. A. C.

Vous pouvés encore trouver la Superficie de ce Triangle de la maniere que je l'explique icy, & qui a beaucoup de rapport avec la precedante; Ajoûtez les trois Côtez du Triangle en une Quantité, de laquelle vous ôterez

ôterez le double de châque Côté en particulier, pour avoir trois differences : Multipliez la premiere de ces differences par la seconde, & ce qui en provient par la troisiême, aprés quoy vous multiplieres ce second produit, par les trois Côtez joints ensemble, la Racine quarrée de ce tout étant tirée, sa quatrième partie sera ce qu'on cherche.

Problême 71.

La Superficie d'un Trapeze, qui a deux Côtez Paralleles se trouve, en multipliant la moitié de ces deux Côtez Paralleles joints ensemble, par la valeur de la Ligne, qui tombe de l'une des extremitez du petit Côté, perpendiculairement sur le grand. De sorte que si on veut la capacité du Trapeze *B.D.* Il ne faut qu'ajoûter les deux Côtez Paralleles *A.D.* & *B.C.* en une somme & multiplier sa moitié 82. Toif. 1. Pi. par 54. valeur de *D.G.* tombant de *D.* perpendiculairement sur *B.C.* car le produit 4437. Toif. sera la valeur du Trapeze *B.D.* lequel est égal au Rectangle *E.H.*

2. Que si le Trapeze à mesurer, n'a aucun de ses Côtez Paralles, comme le marqué *F.K.* on le reduira en deux Triangles, par le moyen de la Diagonale *I. L.* aprés quoy trouvant la Superficie de chacun de cés Triangles separement, comme l'enseigne l'une des pratiques du Problême precedant, & ajoûtant leurs produits en une quantité, elle sera celle de ce Trapeze : ou ce qui est la même chose, multipliez la valeur de la Diagonale *I. L.* par la moitié des Perpendiculaires tombant de *F.* & *K.* sur cette Diagonale.

3. Mais

3. Mais si le Trapeze étoit disposé de façon qu'on ne pût y entrer, & par consequent tirer aucune Diagonale, n'y abaisser de Perpendiculaire; On prolongeroit deux des Côtez de cette Figure, qui sont les plus *Anti-paralleles*, jusqu'à ce que se rencontrant, ils formassent un Triangle tel que *M. N. O.* duquel ayant trouvé la Superficie, ainsi que l'enseigne l'une des pratiques du Problême precedant: on en ôteroit la valeur du Triangle augmenté *P. R. O.* car le reste seroit pour le Trapeze *P. N.*

4. Enfin si le Trapeze à mesurer, & dans lequel on ne peût entrer, n'avoit pas deux de ses Côtez assés approchans l'un de l'autre pour faire ces prolongemens: On pourroit l'enveloper d'un Rectangle tel que *A. E.* dont on trouveroit la Superficie comme il est dit au 68. Problême, de laquelle ôtant la valeur des deux Triangles rectangles *C. D. G.* & *B. E. C.* le reste sera pour le Trapeze cherché.

Problême 72.

La Superficie d'un Polygone regulier quel qu'il soit se trouve, en multipliant la moitié de son contour par la Ligne qui tombe du Centre de cette Figure, Perpendiculairement sur l'un de ses Côtez; Ainsi supposons que châque Côté du Pentagone regulier *A. B. C. D. E.* soit de 23. Tois. 4. Pi. 6. Pouc. son pourtour entier sera de cinq fois autant, c'est à dire 118. Tois. 4. Pi. 6. Pouc. dont la moitié 59. Tois. 2. Pi. 3. Pouc. étant multipliée par 16. Tois. 3. Pi. valeur de *G. H.* tombant du Centre à plomb,

plomb sur l'un des Côtez, on aura 979. Toif. 5. Pi. 3. Pouc. pour *l'aire* de ce Polygone, lequel est égal à un Triangle qui auroit pour Base le pourtour de cette Figure, & pour hauteur la Ligne qui partant du Centre, tombe à plomb sur l'un des Côtez.

2. Mais si le Polygone regulier étoit embarrassé de façon à n'y pouvoir pas entrer & par consequent à n'y pouvoir point baisser de Perpendiculaire, comme cela arrive assés souvent, voicy de quelle maniere il faut s'y prendre.

Divisez l'un des Côtez de cette Figure, par exemple *M. N.* que je suppose icy de 135. Toises, en deux parties égales au Point *R* & imaginés des Lignes droites, qui partant des extremitez *M.* & *N.* aillent au Centre *P.* il est certain qu'elles diviseront les Angles *M.* & *N.* en deux parties égales. Or comme ces Angles ont chacun 108. Degrés les moitiés seront de 54. chacune, outre cela les Angles du Point *R.* sont droits. Ainsi dans le Triangle *P. R. N.* on a deux Angles & un Côté *R. N.* qui est moitié de *M. N.* par le moyen dequoy on trouvera *P. R.* ainsi que l'enseigne le premier Corollaire de la page 77. & comme cette Perpendiculaire est fort prés de 92. Toises, 5. Pi. 5. Pouc. si on en multiplie 337. Toif. 3. Pi. moitié du pourtour du Polygone, on aura 31354. Toif. 1. Pi. 5. Pouc. de Superficie pour ce Pentagone.

3. L'on peut encore assés facilement la trouver Superficie d'un Polygone regulier, dans lequel on ne peut entrer, pourveu qu'on ait au juste la valeur d'un de ses Côtez, en le comparant avec son semblable contenu à la Table suivante, calculée pour les Polygones reguliers, qui ont chacun mille Toises, ou mille Piés de long à l'un de leurs Côtez, ou mille autres mesures.

Le Pentagone, qui a 1000. Toises, ou Piés de Côté contient - - - - - - -	1720475	de Superficie.
L'Hexagone dont le Côté a aussi 1000. des mêmes mesures a - - - - - -	2598075	de Superficie.
L'Eptag. de 1000. de Côté contient	3633525	de Superficie.
L'Octog. de 1000. de Côté contient	4828427	de Superficie.
L'Enneagone - - - - -	6181824	de Superficie.
Le Décagone - - - - -	7694200	de Superficie.
L'Endecagone - - - - -	9363805	de Superficie.
Le Dodeçagone - - - - -	11196152	de Superficie.

Car ayant été prouvé dans les Elemens de la Geometrie speculative, que les Polygones sont entr'eux en même raison que les Quarrés de leurs Côtez homologues, il est donc bien évident en raison alterne, qu'un de cés quarrés de Côté sera à la Superficie du Polygone dont il est Côté, comme un autre quarré de Côté à la Superficie de son Polygone; d'ou je tire cette consequence. Donc si je veux avoir la Superficie par exemple d'un Pentagone dont le Côté est de 135. Toises, comme au precedant, je diray si le quarré de 1000. qui est le quarré de principe, c'est à dire 1000000. donne 1720475. Superficie de principe, que donnera 18225. quarré du Côté 135. la Regle étant faite il viendra au quatriême terme, fort prés de 31355. Toises, par ou l'on voit que l'on a presque la même quantité qu'à la Pratique precedante.

Problême 73.

La Superficie d'un Polygone irregulier, qui n'a pas un grand nombre des Côtez, tel que *H. I. K. L. M.* se trouve, en reduisant cette Figure en plusieurs Triangles

Triangles par le moyen des Diagonales *I. M.* & *I. L.* car ayant cherché, ainsi que l'enseigne l'une des Pratiques du 70. Problême, la Superficie de chacun de ces Triangles separément, & joint leurs valeurs en une, le produit de cette adition sera la capacité du Polygone irregulier.

2. Mais quand il y a plus de cinq ou de six Côtez au Poligone irregulier à mesurer, comme au marqué, I, on se pourra trés utilement servir de la Pratique suivante. Tirés une Ligne droite *A. F.* au travers de toute la Figure, de l'un des Angles à son opposé le plus eloigné s'il est possible; aprés quoy faites tomber des Perpendiculaires de tous les Angles du Polygone irregulier, sur cette Ligne *A. F.* appellée *fondamentale*, elles reduiront ce Polygone, en plusieurs Triangles rectangles, & en plusieurs Trapezes, qui ont deux Côtez opposés Paralleles. De sorte que trouvant la Superficie de chacun de ces Triangles separément, de même que celle de chaque Trapeze separément, ainsi que l'enseignent les 70 & 71. Problêmes, & ajoûtant toutes leurs valeurs particulieres en une seule somme, on aura toute la Figure, ce qui est evident : Puis qu'elle n'est composée que de cés mêmes Triangles & Trapezes ; Mais comme toute la difficulté de cette operation, dépend de bien savoir la mesure du Triangle & du Trapeze, je ne saurois trop recommander qu'on ait des idées nettes de ces Figures.

3. Il arrive assés souvent que d'un Angle, on ne peut voir son opposé le plus eloigné : Quand cela est, on fait son possible pour tirer la Ligne fondamentale marquée *S. T.* dans la Figure II. de l'un des Angles perpendiculairement sur le Côté opposé, pour eviter

de tirer des Lignes qui sortent de la Figure, aprés quoy on abaisse des Perpendiculaires de tous les Angles de la Figure sur cette fondamentale, comme à la precedante, ce qui la reduit en Triangles rectangles & en Trapezes, dont on trouve la capacité, ainsi que l'enseignent les *70.* & *71.* Problêmes, & on ajoûte cés quantitez en une seule.

4. Que si la fondamentale ne peut pas traverser toute la Figure, à cause de quelque empêchement, on fera son possible pour en tirer une d'un Angle au plus eloigné qu'on verra, comme en cette Figure. III. la Ligne *A. B.* sur laquelle on baisseroit des Perpendiculaires, partant des Angles de la Figure qui sont vis avis, & pour le reste de la Figure, on tireroit un autre fondamentale telle que *C. D.* sur laquelle on baisseroit des Perpendiculaires, lesquelles partant des Angles n'ont pû tomber sur l'autre: aprés cela on fera les mêmes operations, & la même adition qu'aux precedans exemples.

AVERTISSEMENT.

Quelques Geometres prennent la valeur de tous les Angles & de tous les Côtez, qui renferment une Figure irreguliere, & en rapportent sur une feuille de papier, ou sur quelque autre chose de plat: une semblable à celle qui est sur le terrain, aprés quoy par une calcul Trigonomique trés long & penible, ils trouvent la capacité de la Figure rapportée, d'ou ils concluent la valeur de celle qui est sur le Terrain; Or bien que cette methode soit vraye dans la speculation & fondée sur les Principes Geometriques, neantmoins l'on peut dire qu'elle est tres difficile à executer, tant par le peu de justesse des Instrumens dont on se sert pour prendre l'ouverture des Angles, que par la difficulté de fermer

son

son Polygone precisement, ainsi que je le feray voir dans la maniere de lever les Plans, au Traité de Fortification, que je prepare.

D'autres inscrivent dans la Figure à mesurer, le plus grand Quarré ou le plus grand Rectangle qu'ils peuvent, ainsi qu'on voit à la Figure IV. Mais outre la difficulté de former cette Figure, qui est assés considerable, c'est qu'il reste diverses Figures triangulaires & quadrangulaires à mesurer, pour ajoûter au Rectangle inscrit, ce qui ne peut rendre l'operation que longue & mal aisée, de sorte que j'aimerois mieux me servir des Pratiques precedantes, sans pourtant pretendre que mon sentiment prévale.

Problême 74.

La Superficie d'un Polygone irregulier dans lequel, on ne peut entrer, se trouve de la maniere suivante.

1. Supposons que la Figure irreguliere à mesurer marquée V. soit par exemple un Bois ou un Enclos: Or comme on ne peut y entrer & par consequent y tirer aucune fondamentale, ainsi qu'on l'a pû aux Figures precedantes. On envelope ce Polygone avec un Quarré ou un Quarré-long, tel que *A. C.* sur les Côtez duquel ayant baissé des Perpendiculaires partant de tous les Angles de la Figure à mesurer, elles reduiront tout l'espace compris entre le Polygone irregulier, & les Côtez du Quarré-long, en plusieurs Triangles rectangles & Trapezes, desquels on trouvera la capacité, comme l'enseignent les 70. & 71. Problêmes; Si de la valeur du Rectangle *B. D.* on ôte celle de ces Triangles & de ces Trapezes joints ensemble

V 3

ſemble le reſte ſera pour la Figure dans laquelle on a ſuppoſé ne pouvoir entrer, ce qui eſt évident.

2. L'on voit par la Figure marquée du chiffre VI. que l'irregularité d'un Polygone dans lequel ou ne peut entrer, n'empêche pas qu'on ne le meſure facilement, en baiſſant des Perpendiculaires de tous ſes Angles, ſur les Côtez du Rectangle qui l'envelope. Car ces Perpendiculaires reduiſant tout l'eſpace qui eſt entre les Côtez du Rectangle & ceux de la Figure à meſurer, en pluſieurs Triangles rectangles & Trapezes. Il ne faut qu'ôter leurs valeurs jointes en une; de la capacité du Rectangle: le reſte ſera ce qu'il faut.

Problême 75.

La Superficie d'une Figure irreguliere renfermée de Lignes obliques ſe trouve, comme il ſera dit cy-aprés.

1. Pluſieurs Perſonnes qui ſe mêlent de meſurer, ſe ſervent d'ordinaire d'une Pratique fort cavaliere pour reſoudre cette Propoſition. Car imaginant des Lignes droites, dont les unes rentrent & les autres ſortent de la Figure à meſurer, en ſorte que ce que l'une de ces Lignes, ou une partie, a ôté, L'autre l'équivale, afin de compoſer un Polygone égal à cette Figure, ainſi qu'on voit la marquée VII. mais cette methode eſt peu ſeure, & en fait de meſurage les yeux ſeuls ne ſuffiſent pas, on doit donc l'éviter puis que même les plus habiles, & ceux qui ſont exprimentez ne laiſſent pas de s'y tromper: & en cela comme en pluſieurs autres choſes, on ne ſauroit trop blâmer la negligence de quelques Ingenieurs, qui aiment

ment mieux se servir de ces Pratiques vicieuses qu'une mauvaise routine leur fait croire bonne. Que de s'instruire au moins sur les premiers principes de la Geometrie.

2. La plus seure maniere de mesurer des Figures de cette irregularité, quand on peut y entrer. C'est d'y former un grand Poligone, comme on voit à la Figure VIII. & dont on trouve la Superficie, ainsi qu'il a été enseigné au 73. Problême. Aprés quoy abaissant des Perpendiculaires, qui partant des courvitez de la Figure & tombant sur les Côtez du Polygone inscrit, reduisent le reste en plusieurs Trapezes & Triangles, dont on trouve la valeur, ainsi que l'enseignênt le 70. & 71. Problêmes, si on ajoûte ces valeurs de Triangles & de Trapezes avec celles du Polygone inscrit, le tout sera la capacité de la Figure à mesurer.

Remarque.

Quand on veut mesurer ces sortes de Figures avec un peu d'exactitude, l'on fait en sorte que la partie de la Ligne courbe, qui se trouve entre deux Perpendiculaires, ne s'eloigné pas sensiblement d'une Ligne droite. Ce qui fait souvent qu'aprés avoir formé le plus grand Polygone, qu'on peut dans cés Figures, on y fait encore des Triangles dans les restans, pour occuper plus d'espace, ainsi qu'on le voit au Triangle A.B.C. de la Figure IX. & pour ce qui est des espaces à mesurer qui restent entre les Lignes droites & les courbes, on fait comme à l'article precedant, & on ajoûte toutes cés quantitez en une.

3. Lors

3. Lors qu'on ne peut entrer dans la Figure irreguliere à mesurer, ainsi que seroit par exemple un Bois, ou un Etang. On l'envelope d'un Rectangle, dont on trouve la Superficie ainsi que l'enseigne le 68. Problême aprés quoy ayant baissé des Lignes Perpendiculaires sur les Côtez de ce Rectangle, assés frequemment pour que la partie de la Ligne courbé qui est entre deux de ces Perpendiculaires, ne s'éloigne pas sensiblement d'une Ligne droite. Ce qui reduit l'espace d'entre la Figure à mesurer & le Rectangle qui l'envelope, en plusieurs Triangles & Trapezes, dont on trouve la Superficie à l'ordinaire, & on en ôte les produits joints ensemble, de la valeur du Rectangle, car le reste est la Figure cherchée marquée X.

4. Enfin, si dans la Figure à mesurer, il y avoit quelque chose qui en dût être deffalqué, comme seroit par exemple une Marre d'Eau, il faudroit en premier lieu, trouver la capacité de la Figure entiere XI ainsi qu'il a été dit à l'un des Articles precedens, de laquelle on ôteroit la petite Figure, dont on trouvera aussi la Superficie comme l'enseigne l'un des mêmes Articles, car le reste seroit dequoy il s'agit.

DE LA MESURE

DES PLANS CIRCULAIRES.

Problême 76.

Le Diametre d'un Cercle étant connu, on trouvera la Circonference, en faisant une Regle de trois, dont 7. soit

soit le premier terme 22. le second & la valeur du Diametre, connu soit le troisiême, car la Regle étant achevée, il viendra au quatriême terme la Circonference que l'on cherche; parce que comme l'a demontré Archimede, le Diametre d'un Cercle étant de 7. Toises ou de sept autres mesures, sa Circonference en a toûjours 22. Ainsi supposé que le Diametre *A.B.* du Cercle soit de 10. Tois. & 3. Pi. si on veut avoir sa Circonference, on dira par Regle de trois,

Si 7. Tois. donnent 22. Tois. combien 10. Tois. 3. Pi. la Reponce sera de 33. Tois.

2. Mais, si la Circonference *A.C.B.D.* d'un Cercle étoit connuë, & qu'on proposa de trouver le Diametre, Il faudroit faire le contraire de ce que je viens de dire, en mettant 22. au premier terme de la Regle de trois, 7. au second, & la Circonference qui a dans cet exemple 33. au troisiême, car la Regle étant achevée, il viendra au quatriême terme 10. Tois. 3. Pi. pour le Diametre *A.B.* (Ce qui dépend ainsi que les suivantes des principes établis par Archimede.)

Problême 77.

Le Diametre d'un Cercle étant connu, on trouvera la Superficie de ce même Cercle, en faisant une Regle de trois, dont 14. soit le premier terme, 11. le second, & le quarré du Diametre le troisiême : Ainsi supposé que le Diametre *E. G.* ait 24. Tois. 3. Pi. si je veux trouver la Superficie de son Cercle, je n'ay qu'à dire par Regle de trois.

Si 14. donnent 11. comb. 600. Tois. 1. Pi. 6. Pouc.

X qui

qui est le quarré du Diametre : la Regle étant achevée, il viendra au quotient 471. Toil. 3. Pi. 9. Pouc. pour la Superficie du Cercle.

2. Mais, si la Superficie d'un Cercle étant donnée, on proposoit de trouver son Diametre, il faudroit renverser la pratique que je viens d'expliquer ; c'est à dire qu'on mettroit 11. au premier terme de la Regle de trois, 14. au second, & 471. Toil. 3. Pi. 9. Pouc. Superficie du Cercle au troisiême, car la Regle étant achevée, il viendroit 600. Toif. 1. Pi. 6. Pouc. pour le quarré du Diametre, dont la Racine quarrée 24. Toif. 3. Pi. sera le Diametre *E. G.*

Problême 78.

La Circonference d'un Cercle étant connuë, on trouvera la Superficie de ce Cercle, en faisant une Regle de trois, dont 88. soit le premier terme, 7. le second, & le quarré de la Circonference soit le troisiême. De sorte que si on suppose la Circonference d'un Cercle être de 33. Piés, & qu'on demande la Superficie, il n'y a qu'à dire par Regle de trois.

Si 88. donnent 7. que donnera 1089. quarré de 33. qui est la Circonference, la Regle étant faite, on aura 86. Pi. 7. Pouc 6. Lign. pour la capacité du Cercle.

2. Mais, si la Superficie du Cercle étant donnée, on proposoit d'en trouver la Circonference. Il faudroit faire le contraire de ce que je viens de dire, en mettant 7. au premier terme de la Regle, 88. au second, & 86. Pi. 7. Pouc. 6. Lign. Superficie du Cercle au troisiême, afin d'avoir 1089. au quatriême pour le quarré de la Circonference, dont la Racine quarrée donnera 33. Pi. pour cette Circonference.

Problême

Problême 79.

La Superficie de tout Secteur de Cercle se trouve, en multipliant son Arc par la moitié de son Rayon, ou bien la moitié de l'Arc par le Rayon entier, ou bien enfin l'Arc par le Rayon, mais du produit dequoy on ne prend que la moitié; Ainsi supposé que l'Arc *B. C. D.* du Secteur, soit de 2. Tois. 2. Pi. 9. Pouc. & le Rayon *A. B.* de 5. Pi. 8. Pouc. Il n'y a qu'à mulciplier la premiere de ces Quantitez par la moitié de l'autre, le produit 1. Tois. 1. Pi. 5. Pouc. 3. Lig. sera la Superficie du Secteur.

2. Mais comme la principale difficulté de cette Proposition, consiste à trouver la valeur de l'Arc du Secteur, parce que les mesures dont on se sert d'ordinaire étant en Ligne droite, elles ne peuvent convenir avec la Ligne courbe; en voicy la methode exacte; Cherchez la quantité de Degrez, ou de Degrez & Minutes, que l'Angle *E.* du Centre du Secteur contient, soit par le moyen de quelque Instrument Geometrique, ou par la connoissance des Côtez du Triangle *E. G. H.* ainsi que l'enseigne le second Corollaire de la page 97. Et supposé que cet Angle soit comme icy de 123. Degrez, 20. Minutes, & le Rayon de 5. Tois. 1. Pi. 6. Pouc. Faites une Regle de trois, dont 7. soit le premier terme, 22. le second, & 10. Tois. 3. Pi. double de ce Rayon, (c'est à dire le Diametre,) soit le troisiéme; la Regle étant achevée, on aura 33. Tois. pour la Circonference du Cercle dont le Secteur est partie; Aprés cela faites une seconde Regle de trois, dont 360. valeur de tous les Degrez du Cercle soit le premier terme, 33. Tois. valeur de la Circonference de ce Cercle icy en mesures soit le second, & 123. Degr. 20. Minut. valeur de l'Angle *E.*

ſoit le troiſiéme, la Regle étant faite, il viendra 11. Toiſ. 1. Pi. 10. Pouc. pour l'Arc *G. I. H.* de ſorte que multipliant ce nombre par la moitié du Rayon *E. G.* on aura 29. Toiſ. 4. Pi. 0. Pouc. 9. Lign. pour la Superficie du Secteur : que ſi on veut la Superficie du Secteur *E. G. L. H.* on ſe ſervira de la même pratique, aprés quoy ajoûtant la valeur de cés deux Secteurs, il doit venir la Superficie du Cercle entier, ce qui eſt facile à prouver par l'un des Problêmes precedans.

Problême 80.

La Superficie d'une Portion ou Section de Cercle, telle que *L. M. N.* ſe trouve, en prolongeant la Corde *L. M.* de *L.* en *P.* des deux tiers de la Flêche *O. N.* & multipliant enſuite *O. P.* par la Flêche *O. N.* l'on aura la Superficie cherchée : parce qu'elle eſt égale au double du Triangle *N. O. P.* c'eſt la pratique dont ſe ſervent la plus part des ouvriers.

2. D'autres forment dans la Portion de cercle à meſurer, le plus grand Triangle qu'ils peuvent, principalement quand elle approche du Demy-cercle, ou qu'elle le ſurpaſſe : aprés quoy ayant trouvé la Superficie de ce Triangle, qui eſt icy *R. S. V.* ils luy ajoûtent les Superficies des petites Portions *X.* & *Z.* qu'ils trouvent de la façon que je viens de le dire.

3. Mais comme ces deux pratiques ne ſont pas fort juſtes, & qu'on fait de meſurage, on ne peut être trop exact, je voudrois me ſervir de celle qui ſuit : Trouvez le Centre du Cercle dont la Portion à meſurer fait partie, ainſi que l'enſeigne le quinziéme Problême & ayant tiré des

Rayons

Rayons de ce Centre *D.* aux extremitez *A.* & *C.* de l'Arc, ils formeront un Secteur *A. D. C. B.* dont on trouvera la valeur, comme il est enseigné au second cas du precedant Problême, de laquelle valeur, on ôtera celle du Triangle *A. D. C.* le reste sera pour la Portion *A. C. B.* Que si on proposoit de trouver la capacité de la grande Portion *A. C. B.* on chercheroit celle du Secteur *D. A. B. C.* à laquelle on ajoûteroit le Triangle *C. A. D.*

4. Si on ne pouvoit pas avoir le Centre du Cercle dont la Section est partie, ainsi qu'il arrive au vuide du *ceintre* d'une *voute.* Il faudroit en ce cas prendre bien exactement la Corde, & la Flêche, dont l'une a dans cet exemple 12. Piés & l'autre 4. Pi. 3. Pouc. puis ayant quarré la moitié *L. G.* de la Corde, & divisé le produit 36. par la Flêche *L. I.* le quotient 8. Pi. 5. Pouc. & fort prés de 8. Lignes, sera pour *L. M.* qui joint à la Flêche donnera le Diametre *I. M.* d'un Cercle, le milieu *N.* de cette Ligne sera le centre & *N. G.* ou *N. H.* le Rayon, qui aura 6. Pi. 4. Pouc. 4. Lign. de sorte que trouvant la valeur du Secteur *I. G. N. H.* ainsi que l'enseigne le 2. cas du Problême precedant, & ôtant celle du Triangle *G. N. H.* le reste sera pour la Portion *I. G. H.* (Cette maniere de trouver *L. M.* dépend de la 35. du troisiême.)

5. Enfin si on ne connoissoit que la Corde, & que cependant, on fut obligé de trouver la Portion, on choisiroit un Point *R.* sur l'Arc, & ayant tiré des Lignes de ce Point aux extremitez *O.* & *P.* de la Corde. Il faudroit prolonger *P. R.* jusqu'à ce quelle rencontra la Ligne qui partant de *O.* luy tombe à plomb dessus au Point. *S.* cela fait, quarrés *O. P.* & ôtez en les quarrés de *O. R.* & *R. P.* la moitié du Reste sera (par la 12. du 2.) le Rectangle de *P. R.* & *R. S.* Que si vous divisez cette moitié par *P. R.*

 le quô-

le quotient sera *R. S.* de sorte que si du quarré de *O. R.* vous en ôtez celuy de *R. S.* le reste sera (par la 47. du premier) le quarré de *S. O.* dont la Racine quarrée donnera la valeur de cette Ligne; De plus les Triangles *O. S. R.* & *O. S. P.* étant semblables, il y aura même rapport de *O. S.* à *O. R.* que de *O. P.* à un quatriéme terme, qui sera *P. T.* dont le milieu *V.* doit être le Centre du Cercle. Ainsi ayant tiré la Ligne *V. O.* on aura le Secteur *V. O. R. P.* dont on trouvera la Superficie, ainsi que l'enseigne le 2. cas du Problême precedant, de laquelle ôtant le Triangle *O. V. P.* le restant sera la Portion cherchée.

Problême 81.

Trouver la Superficie de quelle Figure que ce soit bornée par des Lignes circulaires?

1. Si la Figure à mesurer est un croissant tel que *A. B. C. D.* On cherchera d'abord la Superficie de la Portion *A. C. B.* ainsi que l'enseigne le Problême precedant, de laquelle ayant ôté la capacité de la Portion *A. C. D.* le reste sera pour le croissant proposé.

2. Que si la Figure dont on veut avoir la capacité, étoit renfermée de deux Lignes courbes, ainsi qu'on voit *E. G. H. I.* il la faudroit reduire en deux Portions, par le moyen de la Ligne *E. H.* aprés quoy ayant trouvé la Superficie de chacune de ces Portions, ainsi que l'enseigne le Problême precedant, on en ajoûteroit les valeurs en une seule.

3. Mais si le Plan à mesurer étoit borné de plusieurs Arcs de Cercle, comme celuy qui est marqué K. on tireroit des Lignes droites par les extremitez de ces Arcs, lesquelles reduiroient cette Figure en un Polygone & en plusieurs

ſieurs Portions de Cercle, dont trouvant la capacité de chacune ſeparément, & ajoûtant le tout en une Quantité on auroit la valeur de la Figure propoſée.

4. La Bande d'un Cercle telle que *A. B. C. D.* ſe meſure, en ôtant la Superficie de la petite Portion *A. D. E.* de la grande *B. C. E.* or ces Portions ſe meſurent comme il eſt enſeigné au Problême precedant.

5. La Superficie d'une Couronne telle que *G. H. I.* ſe trouve, en ôtant celle du petit Cercle *L.* de celle du grand & ces Superficies ſe trouvent ainſi que l'enſeigne le 77. Problême.

6. Enfin la Superficie d'un Plan ſpiral tel que *M. N. O. P. K.* ſe trouve de la maniere ſuivante: cherchez la Superficie du Demy-cercle fait ſur *R. S.* Trouvés auſſi celle du Demy-cercle qui a *K. R.* pour Diametre. Si on ajoûte leurs valeurs en une, on aura la capacité du Plan ſpiral.

7. Ou bien trouvés la Superficie du Demy-cercle *K.* celle du Demy-cercle *P.* ſera quatre fois plus grande, aprés quoy trouvés la demy Couronne *O.* de même que *N.* & *M.* ſi vous ajoûtez toutes ces quantitez en une, vous aurés la capacité du Plan ſpiral.

Problême 82.

La Circonference d'une Ovale ſe trouve, en faiſant que comme 7. eſt à 22. ainſi la moitié des deux Diametres joints enſemble, ſoit à cette Circonference. De ſorte que ſuppoſé les Diametres *A. B.* & *C. D.* de l'Ovale ſuivant être l'un de 12. Toiſ. 3. Pi. & l'autre de 9. Toiſ. ſi je veux avoir ſa Circonference, je dirai ſi 7. donne 22. combien 10. Toiſ. 4. Pi. 6. Pouc. qui eſt la moitié des deux Diametres joints enſemble, car la Regle étant faite on aura 33. Toiſ. 4. Pi. 8. Pouc. & trés prés de 7. Lign. pour cette Circonference.

Problême

Problême 83.

La Superficie d'une Ovale se trouve, en faisant que comme 14. est à 11. ainsi le produit des deux Diametres multipliez l'un par l'autre, soit à cette Superficie. Ainsi dans la même Ovale que j'ay dit, si je veux en avoir la capacité. Je diray par Regle de trois, si 14. donnent 11. combien 112. Toif. 3. Pi. valeur du Rectangle compris des Diametres *A.B.* & *C.D.* la Regle étant faite il viendra 88. Toif. 2. Pi. 4. Pouc. & prés de 6. Lign. pour cette Superficie, laquelle égale celle d'un Cercle dont le Diametre seroit moyen proportionel entre les deux Diametres de l'ovale.

2. Ou bien faites un Cercle, qui ait pour Diametre *C. D.* petit Diametre de l'ovale, & en ayant trouvé la capacité, ainsi que l'enseigne le 77. Problême. Multipliez la par le grand Diametre *A. B.* & aprés cela divisez ce dernier produit par *C. D.* le quôtient sera ce qu'on cherche.

3. Enfin vous en viendrés encore à bout, en faisant une Regle de trois, dont le grand Diametre *A. B.* soit le premier terme, le petit *C. D.* le second terme, & la capacité d'un Cercle dont *A. B.* seroit Diametre le troisiéme, car il viendroit au quotient de la division ce qu'on cherche.

Problême 84.

La Superficie d'une Parabole telle que *E. G. H. I.* se trouve, en multipliant sa Base *G. I.* augmentée d'un tiers, par la moitié de sa hauteur *E. H.* De sorte que la Base étant de 3. Toif. 3. Pi. & la hauteur de 2. Toif. 4. Pi. Je multi-

multiplie 4. Toiſ. 4. Pi. qui eſt la Baſe *G. I.* augmentée d'un tiers *I. L.* par une Toiſe 2. Pi. moitié de la hauteur, parce que la capacité d'une Parabole, égale celle du Triangle *E. G. L.* ainſi que l'a démontré Archimede.

2. Ou bien multipliez les deux Lignes *G. I.* & *E. H.* l'une par l'autre, c'eſt à dire la Baſe par la hauteur: Si vous prenez les deux tiers de leur produit, vous aurez encore la même Parabole, parce que le Rectangle de cés deux Lignes, eſt à la Parabole comme 3. à 2.

3. La Superficie d'une Hiperbole *M. N. O. P.* ſe trouve de la même maniere que celle de la Parabole, ainſi il eſt inutile de repeter ce que je viens de dire.

MESURE DE LA SURFACE
OU SUPERFICIE EXTERIEURE
DES CORPS OU SOLIDES.

Problême 85.

La Superficie d'un Exahedre ou Cube, tel que *A. H.* ſe trouve, en multipliant la capacité d'une de ſes faces quarrées, par exemple *A. C.* qui a icy 16. Pi. par ſix, à cauſe que ce Solide eſt renfermé de ſix Quarrés égaux.

2. Que ſi l'on propoſoit de trouver la Superficie exterieure d'un Parallelipipede tel que *N. L.* l'on chercheroit d'abord par le 68. ou par le 69. Problême, la Superficie de trois de ſes Plans differens, qui forment un Angle ſolide, & doublant ce produit, on auroit la Superficie cherchée.

3. Ou bien, multipliez le pourtour *L. S. M. K.* par la Longueur *L. P.* au produit dequoy vous ajoûterés le double du Parallelogramme *L. M.*

Problême 86.

La Superficie exterieure d'un Priſme quel qu'il ſoit, y compris celle de ſes Baſes ſe trouve, en multipliant le pourtour de cette Baſe, par la Longueur du Priſme, au produit dequoy on ajoûte la Superficie des Baſes haute & baſſe ; Ainſi pour trouver la Superficie exterieure du Priſme ou Colonne à pans *A. I.* on multiplieroit ſon pourtour *A. B. C. D. E.* par ſa hauteur *A. G.* à quoy on ajoûteroit les Superficies haute & baſſe, qu'on trouve ainſi que l'enſeigne le 72. Problême.

Il n'importe pas que cette Figure ſoit reguliere ou irreguliere, pour en avoir la Superficie exterieure, car dans l'un ou l'autre cas, il faut ſe ſervir de la même pratique, excepté aux Baſes, qui étant irregulieres ſe trouvent par le 73. Problême au lieu du 72.

Problême 87.

La Superficie exterieure d'une Piramide y compris celle de ſa Baſe ſe trouve, en multipliant ſon pourtour *L. M. N. O.* par la moitié de la Ligne qui tombe du Sommet *P.* perpendiculairement ſur l'un des Côtez de la Baſe en *R.* au produit dequoy on ajoûtera la Superficie de ſa Baſe *L. N.* qui ſe trouve ainſi que l'enſeigne le 73. ou le 74. Problême.

2. Que

2. Que si la Piramide est oblique, comme la marquée *A.* il faut trouver la Superficie de châque Triangle exterieur separément, & les ayant tous joints ensemble, on mettra avec ce produit la Superficie de la Base.

3. Mais si la Piramide dont on veut avoir la Superficie exterieure étoit tronquée, comme *B.* c'est à dire coupée par un Plan: Il faudroit trouver la capacité de châque Trapeze exterieur, qui envelope cette Piramide, ainsi que l'enseigne le 71. Problême, aprés quoy ayant trouvé les Bases haute & basse, on ajoûtera tous ces produits en un, & il importe fort peu, que cette Piramide tronquée soit reguliere, ou irreguliere, droite, ou oblique.

Problême 88.

La Superficie exterieure des cinq Corps reguliers se trouvera comme il suit?

1. Si c'est un Tetraëdre marqué *C.* servés vous de la premiere pratique enseignée au Problême precedant, car ce Solide n'est autre chose qu'une Piramide reguliere. Ou bien trouvés la Superficie de l'un de ses Triangles équilateraux, dont vous multiplierés le produit par quatre.

2. Si c'est un Hexaëdre *D.* comme ce Corps n'est autre chose qu'un Cube, vous en aurez la Superficie exterieure, en faisant ce qui est enseigné au premier cas du 85. Problême.

3. Que si le Corps regulier dont on veut avoir la Superficie exterieure, est un Octaëdre *E.* Trouvés celle d'un des Triangles équilateraux, qui le renferment, ainsi qu'il est dit au 70. Problême. multipliez cette

Superficie de Triangle par 8. qui est la quantité de Plans que contient l'Octaëdre, & on aura ce qu'on cherche.

4. Mais pour avoir la Superficie exterieure d'un Dodecaëdre *G.* il faut premierement trouver la capacité d'un des Pentagones reguliers qui le renferment, ainsi que l'enseigne le 72. Problême, & la multiplier par 12. qui est la quantité de Pentagones qui renferment le Dodecaëdre, ce dernier produit sera ce qu'on cherche.

5. Enfin, si c'est un Icosaëdre *H.* trouvés la Superficie d'un des Triangles équilateraux qui le comprennent, & multipliez la par 20. qui est la quantité de Triangles, vous aurés toute la Superficie exterieure de ce Solide.

Problême 89.

La Superficie exterieure d'un Cilindre droit, étant égale à celle d'un Rectangle qui auroit pour Côtez la Circonference & la hauteur de ce Solide, se trouve en multipliant cette Circonference *B. C.D. E.* que je pose icy de 1. Tois. 3. Pi. 4. Pouc. par sa hauteur *A. B.* de 2. Tois. 5. Pi. & si on veut ajoûter à ce produit, les Superficies Circulaires haute & basse, on les trouvera ainsi qu'il est enseigné au 77. ou au 78. Problême.

2. Que si le Cilindre est oblique, comme le marqué *G. K.* on aura la Superficie exterieure de ce Corps, en multipliant la Circonference *K. L. M. N.* de sa Base par sa hauteur *G. O.* & si on veut que les Superficies des Bases circulaires haute & basse y soient jointes, on les trouvera de la maniere que l'enseigne le 77. ou le 78. Problême.

3. Enfin si les Bases des Colonnes dont on veut la Super-

Superficie exterieure étoient de Figure Ovalique, ou Eliptique, ou Spirale, on se serviroit des mêmes pratiques.

Problême 90.

1. La Superficie exterieure d'un Cône droit se trouve, en multipliant la Circonference *B. C. D. E.* de sa Base, par la moitié de son Côté *A. B.* parce que cette Superficie exterieure de Cône, égale toûjours un Secteur de Cercle, qui auroit pour Arc la Circonference de ce Cône, & pour Rayon le Côté du même Solide, que si on veut que la Superficie de sa Base y soit jointe, on la trouvera comme l'enseigne le 78. Problême.

2. Que si le Cône dont on veut avoir la Superficie exterieure est oblique, on multipliera sa Circonference *H. I. K. L.* par la moitié de ses deux Côtez *G. H.* & *G. K.* joints ensemble, au produit dequoy on ajoûtera la Superficie de sa Base, si on veut qu'elle y soit comprise.

3. Mais si le Cône est tronqué, c'est à dire recoupé par un Plan Parallele à sa Base, on en trouvera la Superficie exterieure, en multipliant la moitié des Circonferences haute & basse *M. N. O. P.* Et *R. S. T. V.* jointes ensemble, par le Côté *M. R.* Ou bien, trouvés la Superficie d'un Cercle, qui ait pour Rayon une Ligne moyenne proportionnelle entre le Côté *M. R.* du Cône tronqué, & les deux Rayons de ses Bases circulaires joints ensemble: Ainsi supposé que le petit Rayon *Q. M.* soit de 2. Pi. 4. Pouc. le grand Rayon *X. R.* de 3. Pi. 8. Pou. & le Côté *M. R.* de 6. Pi. J'ajoûte ces deux Rayons en un, avec quoy je multiplie le Côté, il vient 36. dont la Racine 6. est la Longueur du Rayon ou Demy-diametre d'un Cercle égal à la Su-

perficie exterieure du Cône tronqué, or on trouvera la capacité de ce Cercle, ainsi que l'enseigne le 78. Problême. (Tiré de la 16. du 1. de la Sphere & du Cilindre d'Archimede.)

C'est de cette façon, qu'on trouve la Surface exterieure des Colonnes d'Architecture, lesquelles aiant en diminution vers le haut, & souvent vers le haut & vers le bas, on les considere comme un ou deux Cônes tronqués, bien qu'au fonds, la diminution ne s'en fasse pas en Ligne droite, mais bien par une detraction continuelle de parties.

Problême 91.

La Superficie exterieure d'une Sphere ou Globe, étant égale à celle d'un Rectangle, qui auroit pour Côtez la Circonference & l'Axe de ce Solide, Il est bien évident que pour avoir cette Surface exterieure, on doit multiplier la Circonference *A. B. C. D.* d'un de ses plus grands Cercles par l'Axe *A. C.*

2. Ou bien, multipliez la Superficie du Cercle dont *A. B. C. D.* est la Circonference par quatre, parce que la Superficie d'une Sphere ou Boule, est quatruple d'un de ses plus grands Cercles.

Problême 92.

La Superficie exterieure d'une Portion de Sphere, étant égale à celle d'un Cercle, qui auroit pour Rayon la Ligne droite tirée du bord de cette Portion à son Sommet, ainsi qu'on le deduit des 40. & 41. proposition de la Sphere d'Archimede. Il s'ensuit que pour la trouver, on doit tirer une Ligne droite du bord *H.* de cette Portion, à son

à son Sommet *I*. & faire un Cercle dont cette Ligne *H. I.* soit le Rayon; aprés quoy ayant trouvé la Superficie de ce Cercle, ainsi que l'enseigne le 77. Problême, on aura celle de la Portion : Mais comme la difficulté principale de cette proposition, consiste à trouver la valeur de la Ligne *H. I.* parce qu'on ne peut la tirer en droiture, en voicy la methode; Prenez avec beaucoup d'exactitude *H. L.* & *L. I.* c'est à dire la moitié du Diametre *H. M.* de la Portion, & son épaisseur aussi, quarrés la valeur de ces deux Lignes, ajoutez les deux Quarrés en une quantité, dont vous tirerés la Racine quarrée, le quotient sera la valeur de *H. I.* (Par la 47. du 1.)

2. Si on pouvoit avoir la Circonference d'un Cercle dont l'Arc *H. I. M.* de la Portion est partie, il n'y auroit qu'à multiplier cette Circonference, par l'épaisseur *L. I.* de la Portion & on auroit ce qu'on cherche.

Problême 93.

La Superficie d'une Zone se trouvera comme il suit.

1. Si la Zone est renfermée entre un des grands & un des petits Cercles de la Sphere Paralleles entr'eux, comme la marquée *A. B. C. D. E.* Il ne faut que multiplier la Circonference *B. G. C. H.* du grand Cercle, par *A. E.* partie de l'Axe de cette Zone.

2. Que si la Zone à mesurer s'étendoit de part & d'autre du grand Cercle, on en trouveroit la Superficie, comme il vient d'être dit, en considerant cette Zone de la même façon que s'il y en avoit deux, c'est à dire en faisant deux operations.

3. Mais si elle étoit renfermée entre deux des petits Cercles de la Sphere, comme est par exemple l'une des Zones tempe-

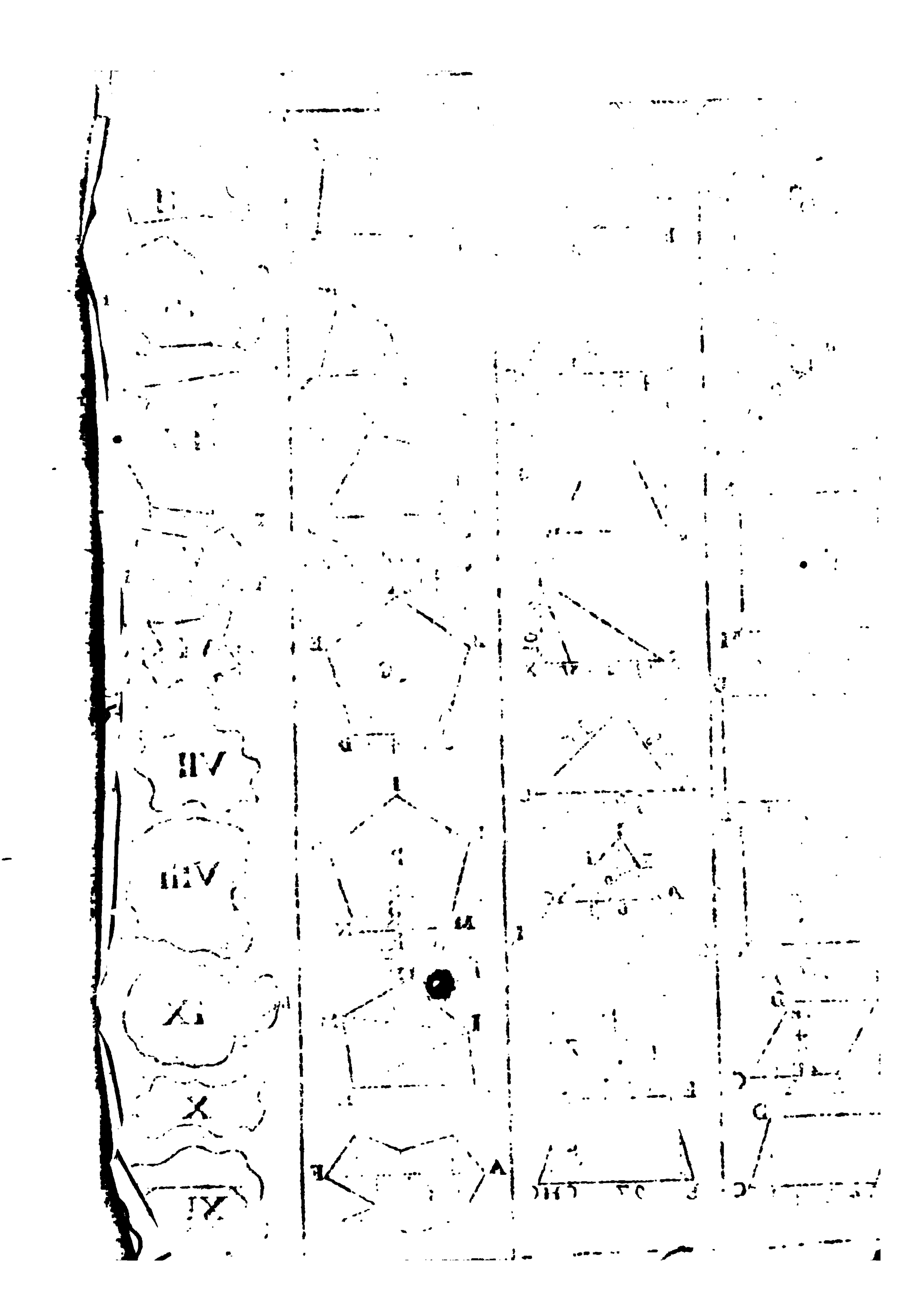
temperées, bornée par l'un des *Tropiques* & l'un des *Polaires*. Il faudroit ôter la demy zone *Torride* de celle qui est entre *l'Equateur* & le polaire, le reste seroit pour la zone temperée.

Problême 94.

La Superficie exterieure d'un Conoïde Ovalique se trouve, en multipliant sa petite Circonference *M. N.O. P.* par le grand Axe *R.S.*

AVERTISSEMENT.

La Surface exterieure des Corps irreguliers, dependant plus de la raison & d'une grande experience, que d'aucuns Principes certains, je ne perdrai pas icy mon Temps à expliquer de quelle maniere il faut s'y prendre pour les trouver, ceux qui auront une fois bien conçu ce que j'ai dit touchant les Superficies planes & courbes, resoudront facilement les difficultez, qui pourront leur arriver sur cette matiere.



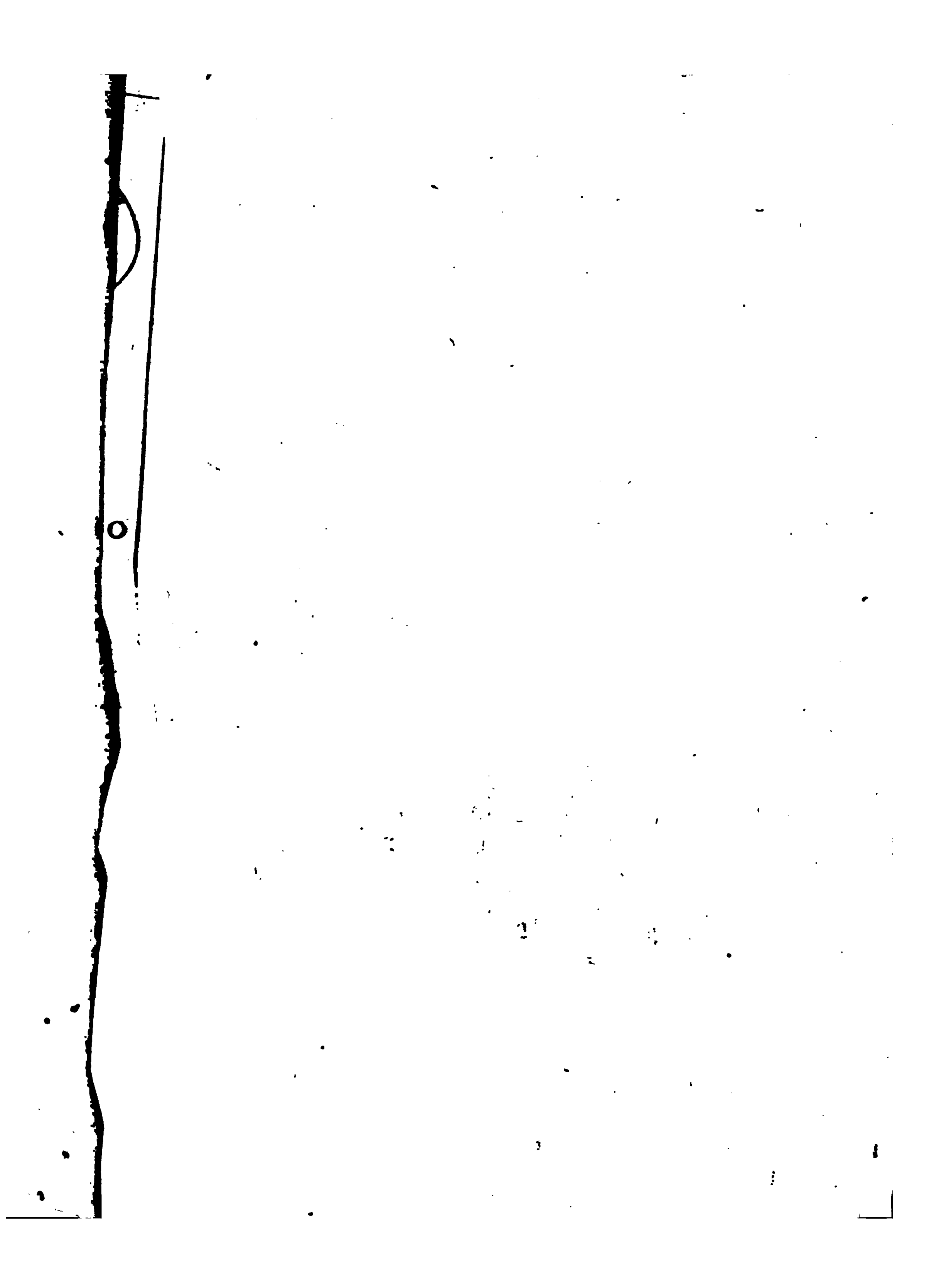
C

H

O

N

7-



STEREOMETRIE

OU

MESURE DES CORPS SOLIDES.

LIVRE SIXIEME.

JAY remarqué au commencement de la Planimetrie, que le Quarré étoit la Figure la plus propre au meſurage des Superficies; Je dois dire icy que le Cube ou Hexaëdre, eſt auſſi le Solide, qui convient le mieux à la meſure de tous les Corps.

J'obſerveray dans ce ſixiême Livre, le même ordre que j'ai gardé au precedant, car je donneray en premier lieu la meſure des Solides ſimples, & qui ſervent à la connoiſſance des autres. De la je paſſerai à la meſure de ceux qui ſont compoſez.

AVERTISSEMENT.

Ie ſuppoſe icy, que ceux qui veulent avoir une connoiſſance exacte de ce qui eſt traité dans ce ſixiême Livre, ſoient inſtruits à fonds de tout ce qui le précede, puis qu'autrement il ſera difficile de le bien entendre, & la raiſon eſt naturelle, car la meſure des Corps ou Solides, n'eſt que la multiplication des Surfaces par des Lignes de hauteur.

Problême 95.

Tout Cube & tout Parallelipipede se mesure, en multipliant la Superficie de sa Base par sa hauteur. Ainsi pour avoir le Solide du Cube *A. H.* il n'y a qu'à multiplier le Quarré *B. H.* qui luy sert de Base, par la hauteur *B. A.* ou bien le Quarré *A. C.* par l'Epaisseur *D. G.* or ces quarrés se mesureront, ainsi que l'enseigne le *67.* Problême.

2. A l'égard du Parallelipipede *L. S.* Si on veut en avoir le Solide, il n'y aura qu'à multiplier la Superficie *N. R.* qui luy sert de Base, par sa hauteur *M.L.* Ou bien la Superficie du Parallelogramme *O. S.* par *O. L.* ou enfin le Parallelogramme *M. O.* par la longueur *O. T.* or ces Superficies se trouvent comme l'enseignent le 68. ou le 69. Problême.

3. Que si le Parallelipipede dont on veut avoir le Solide est oblique, il faudra multiplier sa Base par sa hauteur à plomb.

4. Enfin si le Parallelipipede est ereux comme seroit par exemple une *Auge*, on en trouvera le Solide, en ôtant le vuide, de la Solidité entiere, car le reste sera ce qu'on cherche.

Problême 96.

La Solidité de quel Prisme que ce soit se trouve, en multipliant le Plan qui luy sert de Base, par sa hauteur. De sorte que si le Prisme est droit comme le marqué II. il faut trouver la Superficie du Triangle, qui luy sert de Base, ainsi que l'enseigne le 70. Problême & la multiplier par sa hauteur *A. B.*

2. Il importe peu quelle Figure ait la Base d'un Prisme pour en avoir le Solide, car l'on doit se souvenir que ces Bases n'étant que des Plans, on en trouve la capacité ainsi qu'il a été enseigné à la mesure des Superficies, de sorte que si un Prisme a sa Base de Figure Trapeze comme le marqué III. on en trouvera la capacité par le 71. Problême; laquelle étant multipliée par la hauteur *D.C.* donnera la Solidité. Et si la Base est Pentagonale comme au marqué IV. soit reguliere ou irreguliere, on en trouvera la capacité, ainsi qu'il est dit au Problême 72. ou au Problême 73. & ayant multiplié cette Quantité par la hauteur, le produit sera le Solide.

3. Que si le Prisme est oblique, ainsi que le marqué V. on en aura la Solidité, en multipliant le Plan *E.G.* qui luy sert de Base, par sa hauteur. *H I.* car on doit bien se mettre en Tête, ainsi qu'il a été dit aux Definitions, que la hauteur d'une Figure, est la Perpendiculaire tirée de son Sommet à sa Base, prolongée s'il est necessaire.

4. On pourroit me dire que les Bases de ces Solides étant d'ordinaire embarassées, parce qu'elles appuient sur des Socles ou sur le Rez de chaussée, sont difficiles à mesurer, principalement lors qu'elles sont irregulieres, parce qu'on ne peut les reduire en Triangles, mais cette objection est foible. Car si ces Bases sont reguliers, il sera facile d'en avoir la capacité ainsi que je l'ay dit au second ou au troisiême cas du 72. Problême, & si elles sont irreguliers on se servira de ce que j'ay dit au premier cas du 74. Problême.

5. Enfin si le Prisme à mesurer étoit creux, ainsi que pourroit par exemple être une Tour à plusieurs faces, il faudroit trouver le Solide total, & du produit en ôter le Solide du vuide, car le reste servit pour le Prisme creux.

Remarque.

Ce seroit icy l'endroit à placer la mesure des Remparts, des Parapets, ainsi que des excavations de fossé, parce que tout cela semble dépendre des principes établis pour le mesurage du Prisme, mais je reserve cet Article pour le 8. Livre où j'expliqueray la maniere de mesurer toutes les pieces d'une Fortification.

Problême 97.

Le Solide d'une Piramide se trouve, en multipliant la Superficie de sa Base par le tiers de sa hauteur, ou le tiers de sa Base par la hauteur entiere, parce que ce Corps est toûjours le tiers d'un Prisme qui auroit même Base & même hauteur. De sorte qu'il n'importe pas que la Piramide soit Triangulaire comme *A.* ou Quadrangulaire comme *B.* ou Pentagonale comme *C.* car, dans tous ces cas, il faut trouver ce que contient la Base, ainsi qu'il a été dit à la Planimetrie, & en multiplier la valeur par le tiers de la hauteur *D. E.* que la Piramide soit droite ou oblique.

2. Que si la Piramide dont on veut le Solide étoit creuse, ainsi que peut l'être la Flêche d'un Clocher faite de maçonnerie. Il faudroit trouver le Solide de cette Flêche entiere, comme s'il n'y avoit point de vuide, & de ce tout en ôter le Solide du vuide, car le reste sera ce qu'on cherche.

Pro-

Problême 98.

Toute Piramide tronquée se mesure de la maniere qui suit ?

1. Trouvez la Superficie des Bases haute & basse *A. C.* & *E. H.* multipliez leurs produits l'un par l'autre, & ayant tiré la Racine quarrée de ce tout, il vous viendra une Superficie moyenne, si vous ajoûtez ensuite les trois Superficies haute, moyenne, & basse en une quantité, & que vous multipliez leur adition par le tiers de la hauteur *L. M.* ce sera ce qu'il faut : Ainsi posé que la Base superieure *A. C.* ait 48. Piés & l'inferieure *E. H.* 108. Piés, si on multiplie ces deux quantitez l'une par l'autre, & qu'on tire la Racine quarrée de leur produit 5184. il viendra au quotient 72. pour la Superficie moyenne. Que si on ajoûte ces trois Superficies 48. 72. & 108. en un tout qui est 228. & qu'on le multiplie par 3. Pi. 2. Pouc. qui sont le tiers de la hauteur *L. M.* le produit 722. Pi. sera le Solide de la Piramide tronquée, il n'importe pas que cette Piramide soit reguliere ou irreguliere, droite ou oblique.

AVERTISSEMENT.

Je sçay que plusieurs Ingenieurs ne se servent pas de la methode precedante, soit qu'ils l'ignorent ou qu'ils la trouvent trop composée, & ils substituent celle qui suit à sa place. Ils ajoûtent les Superficies haute A. C. & basse E. H. en une Quantité & ils prennent la moitié de leur produit 156. laquelle moitié 78. ils multiplient par toute la hauteur L. M. de 9. Pi. 6. Pouc. pretendant que le produit 741. de cette multiplication, soit le Solide de la Piramide tronquée : Mais en cela ils se trompent,

car il faut que puis que le produit du calcul precedant, & celuy cy ne sont pas égaux, l'une des deux pratiques soit deffectueuse, or je vais prouver la bonté de celle dont je me suis servi, par deux autres differentes qui sont évidentes & dont tout le monde se sert.

2. Imaginez vous la Piramide tronquée être achevée, ainsi qu'on voit *L.E.G.H.I.* dont vous trouverés la hauteur *L. S.* comme il suit: Portez *O.N.* qui a 4. Pi. de *S.* en *V.* le reste *V.R.* aura 2. Pi. Imaginés une Ligne droite, qui partant de *R.* & passant par *N.* aille rencontrer la Perpendiculaire en *L.* tirés aussi une Ligne de *V.* en *N.* par ce moyen vous aurés les deux Triangles semblables *N.V.R.* & *L.S.R.* à l'aide desquels vous trouverés *S. L.* en disant par Regle de trois. Si *R.V.* 2. Pi. donne *V. N.* 9. Pi. & 6. Pouc. que donnera *R. S.* 6. Pi. la Regle étant faite, il viendra 28. Pi. & 6. Pouc. pour *L. S.* Cela fait, multipliés la Base *E. H.* de 108. Pi. par le tiers de *S. L.* le produit sera 1026. pour toute la Piramide. Otez de cette quantité, la valeur de la Piramide imaginée *L. A. B. C. D.* laquelle ayant 48. de Base & 19. Pi. de hauteur, aura 304. de Solidité, le reste 722. sera pour la Piramide tronquée, ainsi qu'au premier exemple de ce Problême.

AUTREMENT.

3. **Reduisez la Piramide tronquée en ses quatre Piramides des Angles, ainsi qu'on en voit une marquée VI. & en quatre Prismes qui sont entre ces Piramides, comme on en voit icy un marqué VII. & au Parallelipipede du milieu marqué VIII. Mesurés ces Piramides, ces Prismes,**

& ce

& ce Parallelipipede chacun separément, leurs produits étant joints ensemble donneront la même Solidité qu'à l'Article précedant : Ainsi châque Base de Piramide étant de trois Piés, les quatre ensemble auront 12. Piés, qui multipliés par le tiers de la hauteur *S. O.* c'est à dire par 3. Pi. 2. pouc. on aura 38. Pi. pour leur Solide. De plus la Base de châque Prisme étant de 12. Pi. les quatre auront 48. Pi. qui multipliés par la moitié de la même hauteur (parce que ces Prismes sont Triangulaires) leur Solidité sera de 228. Piés. Enfin le Parallelipipede ayant 48. de Base, sur la même hauteur aura 456. Pi. de Solide : Que si on ajoûte tous ces Solides 38. 228. & 456. on aura 722. pour toute la Piramide tronquée, ainsi qu'au precedant exemple.

Je me suis un peu étendu sur cette Proposition, parce que plusieurs Solides, qui vont en diminuant se doivent mesurer par les principes que j'y établis. Car enfin, la Pratique dont la pluspart des Ingenieurs se servent, n'étant pas juste comme je viens de le faire voir plus clair que le jour, ils doivent la rejetter, puis que dans les Toisés, on ne peut rien donner à l'Entrepreneur sans tromper le Roy, ni faire le Toisé bon pour le Roy sans porter prejudice à l'Entrepreneur ; Et il ne sert de rien de dire que c'est un usage receu presque partout, & qu'il seroit difficile de faire entendre une autre maniere de mesurer aux Entrepreneurs. Car tout cela sont des parolles & non pas des raisons, puis qu'une chose sujette à erreur pour ne pas dire tout à fait erronnée, ne doit jamais servir de *Guide* dans ce que l'on fait, d'ailleurs je voudrois bien demander à ces Messieurs si la pluspart des

Entre-

Entrepreneurs entendent rien autre chose au Toisé que la routine ordinaire.

4. Que si la Piramide tronquée n'étoit pas recoupée par un Plan Parallele à sa Base, on en chercheroit le Solide en imaginant ce corps achevé, dont on trouveroit le contenu entier, duquel ôtant la Piramide imaginée, le reste seroit ce qu'on cherche.

5. Enfin si la Piramide tronquée, étoit creuse, on trouveroit le Solide du vuide lequel étant ôté de toute la Piramide tronquée le reste seroit le requis.

Problême 99.

La Solidité des cinq corps reguliers, se trouve comme il va être expliqué ?

1. Si c'est un Tetraëdre tel que *A.* on en trouvera le Solide, en se servant de la pratique enseignée au 97. Problême, puis que ce Corps regulier n'est autre chose qu'une Piramide reguliere, c'est à dire qu'il faut multiplier sa Base par le tiers de sa hauteur.

Mais comme le Tetraëdre à mesurer n'est pas toûjours donné en nature, c'est à dire qu'on propose seulement la Superficie d'un de ses Triangles, pour en conclurre sa Solidité, voicy comme on s'y prend. Faites un Triangle Isoscelle dont la Base soit égale à l'un des Côtez du Tetraëdre, & les deux autres Côtez à la Ligne qui tomberoit du Sommet de ce Solide perpendiculairement sur l'un de ses Côtez, si vous prenez la hauteur de ce Triangle Isoscelle elle sera aussi celle du Tetraëdre.

2. Pour l'Exaëdre marqué *B.* comme ce n'est autre chose qu'un Cube, on se servira de la Pratique expliquée au premier cas du 95. Problême.

3. A

3. A l'égard de l'Octaédre *C.* on doit le considerer comme deux Piramides dont la Base est quarrée, de sorte que multipliant ce quarré *B.D.* par le tiers de la Ligne qui va d'une pointe *A.* de l'Octaédre à son opposée *C.* il viendra sa Solidité au produit.

Quand l'Octaédre n'est point donné en nature, mais seulement proposé, on trouve la Ligne *A.C.* en tirant la Racine quarrée du double du quarré *A.B.C.D.*

4. Le Dodecaédre marqué *D.* se mesure en multipliant sa Superficie exterieure (qu'on trouvera ainsi que l'enseigne le quatriême cas du 88. Problême) par le tiers de la Ligne qui tombe du centre de ce Solide à plomb sur l'un de ses Plans; ou ce qui est le même, en multipliant cette Superficie exterieure par la sixiême partie de la hauteur du Solide entier, c'est à dire de la Ligne qui va du centre de la face superieure au centre de l'inferieure.

Mais comme la principale difficulté de cette operation, consiste à trouver la hauteur du Dodecaédre lors qu'il n'est pas donné en nature, mais seulement proposé; voicy comme on s'y prend; Faites ainsi que l'enseigne le 30. Problême un pentagone regulier sur l'un des côtez *A.B.* du Dodecaédre proposé, & ayant tiré la droite *E.C.* tirés une Ligne *D.S.* au milieu de *A.B.* laquelle partagera l'Angle *D.* & la Ligne *C.E.* en deux également, parce moyen les Angles de *S.* seront droits; Faites sur *C.E.* un Triangle Isoscelle dont chacun des côtez *C.G.* & *G.E.* soient égaux à *S.F.* puis ayant pris *F.H.* & *F.I.* égales à *S.A.* & *S.B.* tirés les perpendiculaires *H.K.* & *I.L.* Et des Points *C.* & *E.* pour centres & de l'intervale *F.D.* faites des Arcs coupant *H.K.* & *I.L.* en *K.* & *L.* faites aprés cela l'Angle *M.N.O.* égal à l'Angle *C.G.E.* & determinez la

Ligne *N. O.* égale à *S. D.* faites aussi l'angle *N. O. P.* égal à l'angle *E. L. K.* déterminant *O. P.* égale au côté *A. B.* du Dodécaëdre; Si du Point *P.* vous baissez une perpendiculaire *P. R.* sur *M. N.* prolongée, cette perpendiculaire sera la hauteur du Dodécaëdre, & sa moitié sera la Ligne tombant du centre à plomb sur la Base.

5. Enfin l'Ycosaëdre marqué *E.* se mesurera en multipliant sa Superficie exterieure (qu'on trouve ainsi que l'enseigne le cinquiéme cas du 88. Problême) par la sixiéme partie de la hauteur de ce corps regulier; ou ce qui est la même chose, par le tiers de la Ligne tombant du centre de l'Ycosaëdre à plomb sur la Base; Or pour trouver la hauteur de ce Solide; Faites sur l'un de ses côtez *M. N.* un pentagone regulier comme à l'article precedant & ayant mené *O. R.* divisez *M. N.* en deux également en *S.* d'où vous tirerez une Ligne droite en *P.* laquelle coupera *O. R.* en deux également & à plomb en *T.* faites sur *O. P.* un Triangle equilateral *O. P. X.* & tirez une Ligne de *X.* en *Z.* milieu de *O. P.* Construisez sur *O. R.* un Triangle Isoscelle dont les côtez *O. V.* & *R. V.* soient chacun égaux à la Ligne *X. Z.* & faites sur *S. P.* un Triangle scalene dont le côté *P. T.* égale la Ligne *O. P.* & le côté *S. T.* égale la perpendiculaire *X. Z.* Enfin faites l'Angle 2. 3. 4. égal à l'Angle *O. V. R.* & déterminez la Ligne 3. 4. égale à la perpendiculaire *X. Z.* puis faisant l'Angle 3. 4. 5. égal à l'Angle *T.* déterminés la Ligne 4. 5. égale au côté *M. N.* de l'Ycosaëdre. Si vous tirés la Ligne 4. 8. perpendiculaire sur la Ligne 2. 3. prolongée, cette Ligne 4. 8. sera la hauteur de tout l'Ycosaëdre & sa moitié 5. 9. sera la valeur de la Ligne tombant du centre perpendiculairement sur la Base.

Problême

Probléme 100.

La Solidité d'un Cilindre ou Colonne ronde d'égale grosseur se trouve, en multipliant [illegible] Base circulaire par sa hauteur. De sorte que la Solidité du Cilindre *A. H.* étant proposée à trouver, l'on doit en premier lieu chercher la Superficie du Cercle qui luy sert de base, ainsi que l'enseigne le 78. Probléme & la multiplier par la hauteur *A. E.* car ce dernier produit sera la masse du Cilindre.

2. Que si le Cilindre étoit oblique comme le marqué *K.* Il faudroit trouver la Superficie de sa base comme il vient d'être dit, & la multiplier par sa hauteur *C. L.*

3. Si le Cilindre étoit creux ainsi que pourroit être la Maçonnerie d'un puits; il faudroit ôter ce que le vuide contient, du Solide total le reste seroit ce qu'on cherche.

4. Mais si le corps d'égale grosseur dont on veut avoir le contenu avoit la base ovalique, ou spirale, ou de quelqu'autre figure arrondie, il ne faudroit que chercher la valeur de cette base, & la multiplier par la hauteur du Solide, qu'il soit incliné ou non ainsi qu'on voit les marquez *M. N. O.*

Remarque.

Comme la pluspart des Colonnes ne sont pas d'une égale grosseur par tout, & qu'au contraire elles vont en diminuant du bas en haut, ou bien qu'elles font un ventre environ vers le tiers de leur hauteur, pour diminuer ensuite en haut & en bas, leur mesure ne dépend pas de ce Probléme, mais bien de celuy du cône tronqué lequel j'expliqueray dans la suite.

Problême 101.

La Solidité d'un Cône étant égale au tiers d'un Cilindre qui auroit même base & même hauteur, ainsi qu'il est prouvé au douziême livre d'Euclide ; il s'ensuit naturellement de ce principe que pour avoir le contenu d'un cône, on doit multiplier sa base circulaire par le tiers de sa hauteur, ou la base par toute la hauteur entiere du produit dequoy on prend le tiers.

1. Ainsi ayant pris la circonference du cercle qui sert de base au cône *T. O. R. P. S.* on trouve sa Superficie comme l'enseigne le 78. Problême, laquelle Superficie on multiplie par le tiers de la hauteur *T. V.* du même cône.

2. Que si le cône étoit oblique ou incliné comme le marqué *P.* il faudroit aussi multiplier la Superficie de sa base circulaire, par le tiers de sa hauteur *X. Y.*

3. Enfin si le cône étoit creux comme pourroit être la fleche d'un clocher bâtie de pierre, on ôteroit le vuide de ce corps du Solide total, car le reste seroit pour le cône creux.

Problême 102.

Le Solide d'un cône tronqué ou recoupé par un plan parallele à sa base se trouve, en mettant en pratique ce qui a été dit au 98. Problême ; Car ayant trouvé les Superficies des cercles haut & bas *A. B. C. D.* & *F. G. H. I.* on les multiplie l'une par l'autre, du produit dequoy on tire la Racine quarrée, ce qui donne une Superficie moyenne, laquelle on joint avec la haute & la basse, puis on multiplie ce composé par le tiers de la hauteur *L. M.* ce qui en donne la masse ; ou bien en multipliant la valeur des trois

bases

bases jointes ensemble, par la hauteur entiere, & prenant le tiers du produit.

2. Si le cône tronqué est oblique, on fera la même pratique; toute la difference ne consistant que sur la hauteur, qui dans le cône oblique ne va pas d'un centre de base, au centre de l'autre.

3. Mais si le cône tronqué est creux on trouvera le Solide du vuide, qu'on ôtera du Solide de tout le cône tronqué.

Comme tous les corps arrondis qui vont en diminuant sont des cônes tronquez, ainsi que le sont par exemple les troncs d'arbres, le vuide des glacieres, les colonnes d'architecture qui n'ont qu'une diminution, on les mesure ou du moins on les doit mesurer de la façon que je le viens de dire.

Enfin les colonnes renflées qui diminuent vers le bas & vers le haut, de même que les tonneaux qui ne sont pas portion de conoïde ovalique, se considerent comme deux cônes tronquez, ce qui fait qu'on les mesure par les mêmes regles.

Problême 103.

L'Axe ou Diametre d'une Sphere ou boule étant connu on en trouvera le Solide, en faisant que comme 21. est à 11. ainsi le cube de l'axe soit à la masse de cette boule.

1. De sorte que si l'axe *A. C.* contient 3. Pi. 6. Pouc. son cube sera de 42. Pi. 10. Pouc. 6. Lign. donc faisant une regle de trois dont 21. soit le premier terme 11. le second & 42. Pi. 10. Pouc. 6. Lign. le troisiême; la regle étant faite il viendra au quatriême terme 22. Pi. 5. Pouc. 6. Lig. pour la masse de la boule ou Sphere.

2. Ou

2. Ou bien par le moyen de ce Diametre A.C. trouvés la Circonference A.B.C.D. qui a icy [illegible] apres quoy multipliés ce Diametre & cette Circonference l'un par l'autre, vous aurez la Superficie exterieure de la Sphere. Si vous multipliez cette Superficie 38. Pi. [illegible] Pouces par la sixiême partie du diametre A.C. c'est à dire par 7. Pouces vous aurés encore 22. Pi. 5. Pouc. 6. Lign.

3. Enfin vous pouvés encore avoir cette même Solidité de Sphere, en multipliant la Superficie de son grand cercle A.B.C.D. (qu'on trouve ainsi que l'enseigne le 77 ou le 78. Problême) laquelle Superficie a icy [illegible] Pi. 7. Pouc. par les deux tiers de l'Axe A.C. c'est à dire dans cet exemple par 2. Pi. 4. Pouc. car on aura les mêmes 22. Pi. 5. Pouc. 6. Lignes.

Remarque.

Le Calcul dont je me suis servi dans les trois cas de ce Problême, ne produit que des Piés cubes & parties de Piés cubes; Mais si on vouloit que ce même calcul produisit des parties de Toise cube, il faudroit se servir de ce que j'ai dit à la page 139.

L'on remarquera encore que cuber un nombre n'est autre chose que de le multiplier par soy même, & le produit qui en vient le multiplier par le même nombre, ainsi cuber 6. c'est le multiplier par soy même, & le produit 36. encore par 6. afin d'avoir 216.

Problême 104.

La Circonference d'une Sphere étant connue on trouvera sa Solidité, en faisant que comme 2904. est à 49. ainsi le cube de la Circonference, soit à la masse de la Sphere.

1. De

1. De forte que dans la Sphere ou boule precedante ou la Circonference eſt de 11. Pi. Si je fais une regle de trois dont 2904. ſoit le premier terme, 49. le ſecond & 1331. qui eſt le cube de cette Circonference ſoit le troiſiéme, il viendra au quatriéme terme encore 22. Pi, 5. Pouc. 6. Lig. pour le Solide de cette Sphere.

2. Mais ſi on connoiſſoit la Superficie exterieure de la boule & qu'on voulut trouver ſa Solidité; Il n'y auroit qu'à multiplier cette Superficie qui eſt icy de 38. Pi. 6. Pou. par la ſixiéme partie du diametre *A. C.* ou multiplier le ſixiéme de cette Superficie par tout le diametre *A. C.*

3. Que ſi la Sphere étoit creuſe comme par exemple une bombe; Il faudroit trouver la maſſe que contient le vuide & l'ôter du Solide total.

4. Enfin pour avoir le Solide d'une demy Sphere, on doit multiplier la Superficie de ſon cercle, par le tiers de ſon diametre.

Problême 105.

La Solidité d'un Secteur de Sphere tel que *A.B.C.D.E.* ſe trouve, en multipliant ſa Superficie convexe *B. C. D. E.* (que l'on trouvera par le 92. Problême) par le tiers du côté *A. B.* du cône de ce Secteur ce qui dépend de la 42. du livre de la Sphere d'Archimede.

1. La Solidité d'une portion de Sphere telle que *G. H. I. K.* ſe trouve en cherchant d'abord le Solide du Secteur *L. G. H. I. K.* ainſi que je le viens de dire du produit duquel on ôtera le Solide du cône *L. G. K. I.*

2. Que ſi on propoſoit de trouver le Solide de la grande

grande portion *I. K. G. M. I.* on trouveroit d'abord le Solide du grand secteur, comme il est dit cy-dessus à quoy on ajoûteroit le cône.

3. Ou bien dites par regle de trois comme la portion d'Axe *M. K.* toute seule est à la même portion *M. K.* & *M. L.* jointes ensemble ainsi le cône *L. G. H. I. K.* sera à la portion cherchée.

4. Enfin si la portion dont on veut le Solide étoit entre deux cercles & une zone comme on voit icy *N. G. I. O.* il faudroit en premier lieu chercher la grande portion *G. I. O. M. N.* de laquelle on ôteroit la petite portion *N. O. M.*

Problême 106.

La Solidité d'un Conoïde ovalique tel que *A. C. B. D.* se trouve, en multipliant la Superficie d'un cercle qui auroit *A. B.* pour diametre, par les deux tiers de *C. D.* De sorte que si *A. B.* contient 10. Pi. 6. Pouc. la Superficie d'un cercle qui auroit cette ligne pour diametre seroit de 86. Pi. 7. Pouc. 6. Lig. or ce nombre étant multiplié par 12. c'est à dire par les deux tiers de *C. D.* produira 1039. Pi. 6. Pouc. pour la Masse de ce Conoïde.

2. Ou bien quarrez le petit diametre *A. C.* & multipliez en le produit 110. Pi. 3. Pouc. par le grand *C. D.* de 18. Pi. il viendra un nombre, lequel multiplié par 157. & le tout divisé par 300. le quotient de cette division donnera le même Solide 1039. Pi. 6 Pouces.

3. Enfin vous aurés encore le même Solide en multipliant la Superficie du cercle qui auroit *A. B.* pour diametre, par le tiers de *E. D.* & ce dernier produit par 4. à cause que le Solide d'un Conoïde ovalique est égal au quadruple du cône *D. A. E. B.* ainsi qu'il est demôntré dans la 29. proposition des Conoïdes d'Archimede.

Problême

Problême 107.

La Solidité d'une Portion de conoïde ovalique soit grande, ou petite, droite, ou oblique; se trouve en multipliant le cône inscrit dans cette Portion, par le reste de l'Axe de ce conoïde augmenté de la moitié de l'Axe entier, & divisant le produit par le même reste de l'Axe.

1. Ainsi supposé qu'il faille avoir la masse de la Portion de conoïde *E. M. G. N. H. I.* Je cherche premierement le Solide du cône *E. G. H.* ainsi que l'enseigne le 101. Problême & j'en multiplie la valeur par la Ligne *I. O.* reste de l'Axe à quoy j'ajoûte *L. O.* moitie du même Axe: aprés quoy je divise le tout par la Ligne *I O.* même reste de l'Axe, le quotient sera ce qu'il faut, ainsi que le prouvent les 32. & 33. des conoïdes d'Archimede.

2. Mail s'il faloit trouver le contenu d'une portion de Spheroïde ovalique, renfermée entre deux Plans paralleles, ainsi que sont les tonneaux bien construits & qu'on voit icy marquée *A. B. C. D.* Il faudroit d'abord chercher le Solide de toute la Portion *D. A. E. B. C.* de laquelle on ôteroit la petite Portion *A. E. B. G.* le reste seroit ce qu'on cherche.

3. Comme la principale difficulté de cette operation consiste à trouver le grand Axe *E. O.* de ce Spheroïde, voicy de quelle façon on en vient à bout. On imagine *D. I.* perpendiculaire sur *H. M.* & par consequent parallele au grand Axe *E. O.* Puis on dit par Regle de trois; comme le Rectangle de *H. I.* & *I. M* est au Quarré de *N. L.* ainsi le Quarré de *H L.* sera au Quarré de *L. O.* dont le double sera le grand Axe cherché.

4. La pluspart du tems les Tonneaux qu'on veut mesurer ne sont point des Spheroïdes recoupés comme le precedant, ni deux cônes tronqués, ce qui fait quelque difference : Quand cela est, voicy de quelle façon on en trouve le Solide ; L'on prend *O. P.* de la sixième partie de la longueur du Tonneau & l'on tire par le Point *P.* la ligne *M. N.* parallele au petit Axe *H. I.* & ayant ôté *R. S.* de *H. I.* On prend la sixième partie de leur difference, laquelle sixième étant ôtée de *H. I.* le reste est pour *M. N.* Cela fait considerez les Solides *H. N.* & *M S.* comme des cônes tronquez dont vous trouverez la masse, ainsi que l'enseigne le 102. Problême, & l'ayant doublée le tout sera pour le Tonneau. *G. S.*

Problême 108.

On trouve la Solidité d'un Paraboloïde ou Conoïde parabolique tel que *A. B. C. D. E.* en multipliant la superficie du cercle, qui luy sert de Base par la moitié de sa hauteur *A. G.* parce que comme l'a démontré Archimede, ce corps est moitié d'un Cilindre de même Base & de même hauteur, de sorte que cette Base ayant par exemple 3. Piés, 6. Pouces de Diametre, sa surface aura 9. Piés 7. Pouces 6. Lignes. Or cette quantité étant multipliée par 1 Pi. 6. Pouces (moitié de la hauteur *A. G.*) donnera : 14. Piés 5. Pouces 3. Lignes pour la solidité du paraboloïde.

2. Ou bien, trouvés le Solide du cône *A. B. D.* inscrit dans le Paraboloïde, ainsi que l'enseigne le 101. Problême & augmentez en le produit de la moitié, vous aurés encore la même quantité.

3. Vous

3. Vous pouvés encore avoir le même Solide, en multipliant le Quarré du Diametre *B. D.* par la hauteur *A. G.* & ce qui en viendra par 157. Puis divisér le dernier produit par 400. le quotient de la Division sera ce qu'il faut, ce qui est pour les paraboloïdes droits comme pour les obliques.

4. Le Solide d'un hiperboloïde, ou conoïde hiperbolique se trouve de même façon que le precedant.

AVERTISSEMENT.

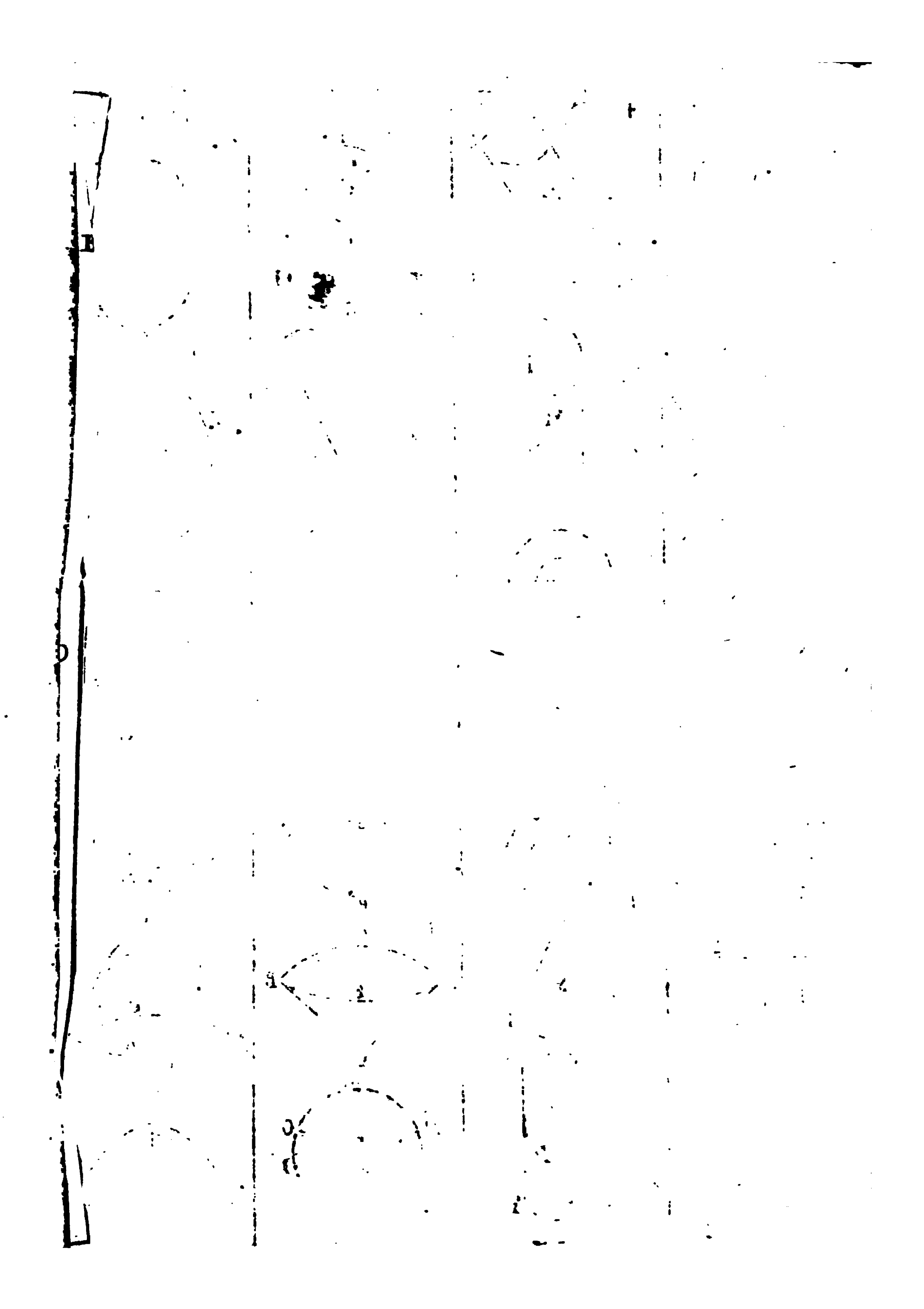
La Solidité des Corps irreguliers ne pouvant se trouver par aucuns Principes certains, à moins qu'ils ne soient composés de plusieurs Faces de corps reguliers, je crois que je puis dire icy la même chose qu'à la fin du Livre précedant, qui est que la longue experience & beaucoup de bon sens supplée au deffaut des Principes. Mais aussi tant qu'on peut les suivre on ne doit pas les négliger, car chacun prétend avoir du bon sens & par consequent être en droit d'en user dans le mésurage; neantmoins on y commet trés souvent des fautes considerables, par le peu de connoissance qu'on a des regles certaines, ainsi que je l'ai déja fait connoître en divers endroits, & qu'on verra encore mieux dans la suitte.

Lors qu'on a quelque corps fort irregulier à mesurer, ainsi que seroit par exemple une statuë, ou un vase, soit de métal soit de marbre ou d'autre matiere, il le faut mettre dans une Cuve, ou dans un Baquet bien de niveau, qu'on remplit ensuitte d'eau jusques au bord, aprés quoy ayant rétiré la statuë ou le vase; On mesure avec toute la précision possible le vuide de l'abaissement de l'eau, c'est à dire le contenu dépuis les bords de la Cuve ou du Baquet jusqu'à la superficie de l'Eau abaissée, ce qui donne le Solide cherché. Archimede se servit autrefois de

cette pratique pour découvrir le vol qu'un Orfevre avoit fait d'une partie de l'or qu'on luy avoit donné pour faire une Couronne à Jupiter, à la place duquel il avoit mis de l'argent.

L'on verra dans le huitiême Livre ou je traite du toisé de toutes les pieces d'une Fortification, de quelle maniere on doit appliquer les principes établis pour la mesure de corps reguliers, sur ceux qui ne le sont pas, la quantité d'exemples que j'y propose sur diverses figures, en donneront une connoissance beaucoup plus parfaite que tout ce que je pourvois dire icy.

D



TOISÉ DE LA CHARPENTE,

OU

MESURE DES BOIS MIS EN OEUVRE DANS LES BATIMENS.

LIVRE SEPTIEME.

POUR bien entendre le Toisé de la Charpente, c'est à dire le mesurage des bois qu'on met en œuvre dans les Edifices, j'ai crû que je devois faire le dénombrement des pieces de bois qui entrent dans la construction des Bâtimens, & expliquer leur usage, de même que leurs grosseurs. On y trouvera non seulement le nom des pieces d'une Couverture, d'un Pan-debois, d'un Plancher, d'un mur de Cloison, d'un Escalier, mais encore celuy des pieces de bois, qui entrent dans les fondations, à la construction des Ponts, & autres Edifices. J'ay mis ces noms par ordre *Alphabetique*, c'est à dire en forme de *Dictionnaire*, afin qu'on puisse plus facilement trouver la piece de bois que l'on voudra connoître.

J'ay aussi pensé que je rendrois ce septiéme Livre plus utile au Lecteur, si je disois quelque chose sur le

choix des meilleurs bois pour bâtir, de la saison la plus propre à couper les Arbres, de quelle maniere on en doit connoître l'âge, & plusieurs autres choses essentielles touchant la charpente; Mais ce ne sera qu'aprés avoir expliqué les noms des pieces de bois & quelques termes trés usitez parmy les charpentiers; On verra dans les planches que je placeray à la fin de ce Livre, toutes les pieces de bois cottées par des chiffres, & le nom à côté sur le revers des planches.

NOMS DES PIECES DE BOIS MIS

PAR ORDRE ALPHABETIQUE.

Abouts sont les extremitez ou les bouts d'une piece de bois travaillée.

Ais ou *Planche*, est une piece de bois trop connuë de tout le monde pour avoir besoin d'explication.

Apui est le nom qu'on donne à la piece de bois, qui couvre le haut bout des Balustres, & les entretient les uns avec les autres; C'est aussi le nom de la piese de bois qui suit le Limon d'un Escalier, la grosseur des apuis depend du lieu ou l'on les place.

Arbalêtiers que les ouvriers appellent petites *Forces*, sont les pieces de bois qui portant sur les bouts de l'Entrait vont s'emmortaiser vers le haut du Poinçon; afin de soûtenir la couverture. Les Arbalêtiers doivent être un peu courbés par dessus pour mieux porter, & avoir environ 8. à 9. Pouces de gros.

Arêtes

Arêtes ſont les Angles ou les Carnes d'une piece de bois, les Arêtes doivent être vives & ſans Flaches, car autrement une piece de bois eſt mal conditionnée, & lors qu'on la Toiſe à l'entrepreneur on doit luy rabattre le bois flacheux.

Arêtiers ſont les pieces de bois placées aux Angles d'une couverture faite en Croupe, ou en Pavillon, afin de porter un bout des Empanons.

Aubier eſt cette matiere molaſſe ſous l'écorce d'un Arbre qui ſe change en bois, car un arbre prend tous les ans une nouvelle envelope au tour de ſon bois plus l'Aubier eſt épais & molaſſe plus une piece de bois eſt deffectueuſe.

Baliveaux ſont les jeunes Arbres qu'on laiſſe eſpacés de diſtance en diſtance dans les bois dont ont fait la coupe, afin qu'ils deviennent avec le temps propres à faire du bois de charpente.

Baluſtrade eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de bois miſes de rang ſur l'un de leurs bouts appellées Baluſtres, leſquelles ont depuis 3. à 4. juſqu'à 5. à 7. Pouces de gros, au deſſus deſquelles il y a une autre piece de bois appellée Apui qui les entretient enſemble.

Bardeaux ſont de petites pieces de bois faites comme de la tuile platte dont on ſe ſert en diverſes provinces pour couvrir les maiſons.

Baudets ſont les treteaux ou *Chevalets* ſur leſquels les charpentiers ou pour mieux dire les ſcieurs de long poſent leur bois pour le ſcier.

Blochets ſont les pieces de bois qu'on met ſur le haut des murs d'un bâtiment, pour entretenir les Chevrons de croupe avec les Jambettes.

Boites

Boîtes est le nom qu'on donne à cet assemblage de Planches servant à revêtir les Poutres ou les Solives.

Bois refait, n'est autre chose qu'un bois bien Equari & sans Flaches.

Boutans sont des pieces de bois qui arboutent, c'est à dire qui poussent quelque chose pour l'empecher de tomber; *voyez Etresillons.*

Brisis est l'endroit d'un Toit à la mansarde qui paroit coupé & ou la partie superieure du comble se joint à la seconde ou inferieure.

Bois Carié n'est autre chose, qu'un bois gâté ou vicié soit qu'il y ait des vers ou qu'il soit pourri.

Bois de champ, est celuy qu'on met sur son côté, c'est à dire sur sa partie étroite, une piece de bois mise de Champ est beaucoup plus capable de soûtenir un gros fardeau, que si elle étoit mise sur son plat, aussi la plus part des bois qui doivent porter, se placent de Champ.

Chanlatte est un Chevron refendu d'Angle en Angle en diagonale, qu'on place comme une Latte vers le bas d'une couverture, afin de faire relever le bout des Tuiles d'embas pour donner lieu aux eaux de pluye de tomber loin du pié du mur.

Chantier est le lieu ou les charpentiers travaillent leur bois pour le mettre en œuvre.

Chantignoles ou *Echantignoles* sont les pieces de bois qu'on met sous les Tasseaux pour les soûtenir.

Chapeau, est le nom qu'on donne à une piece de bois qui couvre le haut de plusieurs autres pieces de bois de même hauteur, ainsi qu'est par exemple la grosse Poutre qu'on met sur le haut des Pilots qui composent la Pile d'un Pont, ou bien la piece de bois servant de chape à un batardeau de charpente.

Charpente

Charpente est le nom qu'on donne au composé des pieces de bois servant à la construction d'un Bâtiment.

Chevêtre est la piece de bois, sur laquelle portent ou pour mieux dire dans laquelle sont Emmortaisées les Solives ou les Poutrelles, qui occupent la largeur du manteau de la cheminée, ne pouvant passer au travers pour porter sur le mur comme les autres, afin d'éviter les accidents du feu.

Chevron est une piece de bois de 3. à 4. Pouces de gros, ou de 4. Pouces des deux côtez, servant à la couverture d'un bâtiment; le Chevron porte d'ordinaire par son bout d'enhaut sur le Faîte. les Lattes s'attachent sur les Chevrons, & on les espace de façon qu'une Latte porte sur quatre Chevrons.

Chevron de Croupe ou *Empanon*, n'est qu'un chevron ordinaire, mais dont l'un des bouts au lieu de porter sur le Faîte ne porte que sur les Arêtiers.

Cloison ou *Mur de Cloison*, est un assemblage de plusieurs pieces de charpente, servant à faire un mur leger pour separer les appartemens les uns d'avec les autres, on ne doit pas confondre la Cloison avec le Pan de bois.

Comble voyez Toit.

Contrefiches sont les pieces de bois de 7. à 8. Pouces de gros, qui en apuïent d'autres pour les lier ou arbouter; Il y a des pieces de bois mises en Contrefiches, ausquelles on donne le nom de Contrevents.

Couche est une piece de bois qu'on met sous une Etaye pour luy servir de Patin.

Courbe voyez Esseliers.

Cours de Pannes, n'est autre chose que plusieurs rangs de

 Pannes

Pannés disposez les uns sur les autres pour la portée des Chevrons.

Coyaux sont de petits bouts de chevron destinés à soûtenir le bas d'une couverture, afin de donner l'échapée necessaire à la chutte des eaux pour qu'elles ne tombent pas au pié du mur, quand un Coyau apuie sur le bord de l'entablement son bout d'enbas est taillé en beseau.

Coyers sont les pieces de bois qu'on dispose en diagonale pour soûtenir les Noües.

Croix St. André est un assemblage de deux pieces de bois mises en croix l'une sur l'autre, les demy croix St. André s'appellent Guettes.

Croupe est un des côtez du Toit d'un bâtiment coupé en Pavillon, c'est à dire qui ne va pas d'un pignon jusqu'à l'autre.

Dôme est un Comble ou Couverture ronde qu'on éleve sur une Eglise.

Dosses est le nom qu'on donne aux Planches qui ne sont sciées que d'un côté & dont le principal usage est de soûtenir quelque fardeau sur les côtez.

Embranchemens, sont les pieces de bois servant d'Entraits, c'est à dire qui assemblent les coyers avec les Empanons.

Empanon est un chevron de croupe, qui tient par en haut aux Arêtiers, & par en bas aux Sablieres.

Enchevetrures sont les deux Solives, ou bien les deux Poutrelles, qui terminent la longueur d'une cheminée.

Entraiture est le nom qu'on donne aux Entraits des Fermes d'assemblages; C'est à dire que l'Entraiture contient l'Entrait

l'entrait de Ferme, l'entrait de Croupe, les Coyers, les Embranchemens, & deux Goussets.

Entraits ou *Tirans* sont les pieces de bois d'environ 8. à 9. Pouces de gros, qui soûtiennent le Poinçon & qui posent sur les Jambes de force, ou bien sont emmortaisées dans les Arbalêtiers.

Entretoises sont des pieces de bois qu'on met de travers, pour en soûtenir & lier d'autres.

Entrevoux sont les espaces qu'on laisse entre deux Solives, ou entre deux Poutrelles; Ces espaces ne sont que rarement au dessous de 6. Pouces ni au dessus de 8.

Escalier ou *Montée*, est une chose si connuë de tout le monde quelle n'a pas besoin d'être expliquée, on remarquera seulement, que l'escalier est la piece de tout un bâtiment où les Architectes sont les plus embarassez.

Espic est la piece de bois ou l'espece de Poinçon, qui dans un Toit fait en Pavillon surpasse la pointe.

Equarir une piece de bois, c'est aplanir châcunne de ses faces & faire que les arêtes en soient vives.

Esseliers sont les pieces de bois d'environ 7. à 8. Pouc. de gros, qui lient les Entraits avec les Arêtiers ou avec les Jambes de force, *voyez Liens*.

Estaye ou *Etançon* est une piece de bois servant à soûtenir un bâtiment ou un autre fardeau.

Etresillons sont des morceaux de bois dont on se sert, pour contrebourrer les Dosses qui soûtiennent les terres d'une fondation.

Faîte est la piece de bois de 6. à 8. Pouces de gros qui fait la plus haute partie du Comble d'un bâtiment, & à laquelle sont d'ordinaire attachez les chevrons par un de leurs bouts.

Faîtage eſt le nom qu'on donne au compoſé des pieces de Charpente, qui forment le Comble d'un bâtiment.

Ferme eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de Charpente compoſé d'un Entrait, de deux Arbalêtiers, d'un Poinçon, & de deux Eſſeliers, on met plus ou moins de Fermes à un comble, ſuivant qu'il eſt long ou court.

Filieres ſont les petites Pannes ou pieces de bois ſur leſquelles portent les Chévrons.

Flâche eſt l'arête d'une piece de bois mal Equarie, plus un bois eſt Flâcheux, moins on doit ſouffrir qu'on l'employe.

Forces voyez Jambes de force.

Garde foux ſont des eſpeces de Baluſtrades qu'on met ſur les deux côtez d'un Pont, pour empêcher que les hommes ou les beſtiaux ne tombent dans l'eau.

Giron eſt la largeur d'une marche d'Eſcalier, c'eſt à dire le deſſus de cette marche ou l'on poſe le pié, le Giron des petits Eſcaliers doit au moins être de 10. Pouces & les grands en ont 15. tout Eſcalier dont chaque marche à 5. Pouces de haut & 15. Pouces de Giron eſt tres commode.

Goutiere eſt une piece de bois dans laquelle on fait un canal pour recevoir les eaux d'un Toit, & les obliger à tomber dans un même endroit.

Gouſſets ſont les pieces de bois qui vont d'un entrait à l'autre.

Grille eſt un aſſemblage de pluſieurs groſſes pieces de bois croiſées les unes ſur les autres en façon de treillis, qu'on met deſſous un edifice bâti dans l'eau, pour en mieux aſſeurer la fondation.

Guette est une demy Croix de St. André, c'est à dire une piece de bois de 6. à 8. pouces de gros placée en diagonale.

Guettrons sont les petites pieces de bois qu'on met en diagonale sous les apuis des croisées, au lieu que les Potelets sont à plomb.

Hie ou *Mouton* est un gros billot servant à enfoncer les Pilots en terre à force de coups.

Iambes de forces, sont les pieces de bois de 9. à 10. Pouces de gros, qui soûtiennent la couverture d'un bâtiment, elles sont posées sur les Poutres ou sur les Tirans, & portent les entraits, leur dessus est courbe, afin qu'elles ayent plus de force.

Iambettes sont les petits poteaux posez à plomb sur les Entraits ou sur les doubles Entraits pour soûtenir les Arbalêtiers.

Lambourdes sont les pieces de bois sur lesquelles on attache du Parquet, ou des Planches, on en met aussi au côté des Poutres, sur lesquelles on fait des entailles pour poser les Solives.

Lambris est un ouvrage de bois dont on revêt les murailles d'une sale ou d'une chambre, & dont on fait aussi des Platfonds, le Lambris est plus de la menuserie que de la charpente.

Lattes sont les Tringles ou regles de bois plat, qu'on attache sur le travers des Chevrons pour y cloüer l'Ardoise ou accrocher la Tuile, les Lattes portent d'ordinaire sur quatre Chevrons.

Liens sont les pieces de bois qui entretiennent une Charpente en tirant, au lieu que les Esseliers l'entretiennent en resistant *voyez Esseliers*.

Liernes sont les pieces de bois qui dans les galetas ou greniers s'assemblent sous les Faîtes, alant d'un Poinçon à l'autre.

Limon ou *Noyau* est la piece de bois qui dans un Escalier sert à porter les Marches ou Degrez par un de leurs bouts, le Limon est ou Equari, ou rond, ou en Rampe, ce dernier est le plus difficile à faire *voyez Vis*.

Linçoirs sont les pieces de bois, servant à soutenir les Chevrons au droit des lucarnes & des passages des tuyaux de cheminée.

Linteaux sont les pieces de bois qu'on met au haut des portes ou des croisées, & dont les bouts portent sur les Piedroits.

Long-pan est le nom qu'on donne à la grande partie d'un comble ou Toit, c'est à dire au grand côté d'une couverture.

Madriers sont de grosses Planches d'environ trois pouces d'épaisseur, qui servent à plusieurs usages, principalement aux Planchers des Ponts & sous les fondations des murs.

Moises sont les pieces de bois mises en travers pour entretenir les Pilots d'une Pile de Pont les uns avec les autres, le nom de Moises se donne à toutes les pieces de bois disposées en travers pour en Entretenir d'autres.

Montans est le nom que quelques ouvriers donnent aux Arêtiers, mais sous ce nom, on entend d'ordinaire les pieces de bois mises de bout.

Mortaises sont les trous qu'on fait dans une piece de bois pour y enfoncer les Tenons faits aux bouts d'une autre piece de bois.

Noyau voyez Limon & Vis.

Nolets

Nolets ou *Noulets* ne font que les deux Noües d'une Lucarne, c'eſt à dire l'enfoncement ou ſe rencontrent deux Combles.

Noües ſont les pieces de bois miſes au lieu d'Arêtiers pour recevoir les Empanons.

Paillier eſt l'endroit d'un Eſcalier, qui ſert de repos, ou bien c'eſt cette partie de l'Eſcalier plus large que les autres ; ou l'on s'arrête pour entrer dans un appartement ; les pieces de bois d'un Paillier ont depuis 5. à 7. juſqu'à 9. à 10. Pouces de gros.

Pales ou *Fils de Pieux* eſt le nom que quelques uns donnent aux Pilots ſervant à faire la Pile d'un Pont.

Palplanches ſont des eſpeces de Pilots Equaris qu'on enfonce à force au devant d'un Plancher qui eſt au deſſous d'une fondation les Palplanches ſont entretenuës endevant par la Ventriere.

Pan de Bois eſt l'aſſemblage des pieces de Charpente qui ſervent à faire un mur de face, les Poteaux des Pans de bois doivent être aſſemblés dans les Sablieres qu'on met à chaque étage.

Pannes ſont les longues pieces de bois d'environ 8. à 9. Pouces de gros qu'on met ſur les Taſſeaux pour ſoûtenir les Chevrons.

Parquet eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de bois pour ſervir au lieu de Pavé dans les Sales & dans les Chambres.

Patins ſont les Pieces de bois qu'on met deſſous une fondation, on en met auſſi d'environ 8. à 9. Pouces de gros ſous les Eſcaliers.

Piedroits ou *Jambages* ſont les pieces de bois qu'on met

met des deux côtez d'une porte, & dont l'un des bouts est posé sur le Seuil & l'autre soûtient le Linteau.

Pile est cette partie d'un Pont composée de plusieurs Pilots couverts de leur Chapeau, & entretenus par des Moises, la Pile sert à porter les grosses pieces de bois sur lesquelles sont posées les Planches du pont.

Pilotis ou *Pilots* sont les longues & grosses pieces de bois qu'on n'équarit point, & que l'on fait entrer par force dans la terre, afin de soûtenir un Edifice construit dans l'eau ou dans quelque endroit bourbeux.

Plancher est un assemblage de plusieurs Solives & Planches, servant de pavé dans un apartement; comme c'est la partie de la charpente d'un bâtiment qui souffre le plus, à cause qu'elle est mise de niveau & des fardeaux qu'elle porte, on ne peut choisir de trop bon bois ni trop sec pour sa construction; On appelle aussi Plancher la partie d'un Pont sur laquelle on marche, & Plancher de batterie, le boisage qu'on met sous les roues du Canon.

Platte-formes sont les pieces de bois de 4. à 8. Pouces de gros, qu'on met sur le haut des murailles ou de l'entablement, pour soûtenir la Charpente d'un Toit.

Poinçon ou *Aiguille* est la piece de bois d'environ 8. Pouces de gros qu'on met de bout sur le milieu de l'Entrait, pour soûtenir le Faîte & lier les Arbalêtiers par leurs haut bouts, on appelle encore Poinçon la piece de bois qui suspend une Poutre ou une autre piece de longue portée.

Poitrail est le nom qu'on donne à la grosse piece de bois qui dans une galerie est portée sur les Piliers & soûtient la Balustrade; & dans un Pan de bois, c'est elle

qui

qui est mise dessus le long de la premiere maçonnerie pour porter les Poteaux.

Pont est un ouvrage de charpente assés connu de chachun, les principales pieces du Pont sont les Piles, le Plancher, les Gardefoux, &c.

Poteaux sont de grosses pieces de bois mises debout, pour porter ou lier d'autres pieces de bois, il y en a de diverses sortes comme on le va voir; *Poteaux corniers* sont ceux qu'on met aux coins d'un bâtiment, pour en porter le plus gros fardeau, ils sont d'ordinaire de 7. à 9. ou de 9. à 10. Pouces de gros, les Sablieres s'assemblent dedans à chaque étage; *Poteaux d'huisserie* & *Poteaux de croisée* qui se mettent aux côtez des portes & des fenêtres, & soutiennent les Sablieres ou les Poutres, leur grosseur ordinaire est depuis 4. à 6. jusqu'à 6. à 8. Pouces de gros; *Poteaux de remplage* servant à mettre entre deux croix de S^t. André, ceux cy sont de la grosseur des Poteaux de croisée.

Potelets ou *petits Poteaux*, sont ceux qu'on met dessous les apuis d'une fenêtre, ou bien au dessus d'un Linteau.

Potence est une piece de Charpente composée d'un Poteau, sur le haut duquel il y a un Chapeau soutenu par des Liens, son usage ordinaire est de porter quelque grand fardeau, comme par exemple un Plancher qu'on voit se vouloir afaisser.

Poutre est une grosse piece de bois dont les bouts portent sur les murs, elle est destinée à porter le Plancher d'un bâtiment, sa grosseur dans les Edifices ordinaires (c'est à dire dont les dans-œuvres de la largeur n'excede pas 4. Tois. & $\frac{1}{2}$.) est de 15. à 19. Pouces; Mais cette grosseur augmente ou diminüe; suivant que les Poutres sont plus longues ou courtes: en voicy une petite Table, qui ne sera

pas inutile ; La Colonne de chiffres de la gauche est pour les differentes longueurs des Poutres, & les deux autres sont pour leurs grosseurs, proportionnées à ces mêmes longueurs.

Longr. des Poutres.	*Largr. des Poutres.*	*Hautr. des Poutres.*
12. Piés.	10. Pouces.	12. Pouces.
15. Pi.	11. Pouc.	13. Pouc.
18. Pi.	12. Pouc.	15. Pouc.
21. Pi.	13. Pouc.	16. Pouc.
24. Pi.	13 ½. Pouc.	18. Pouc.
27. Pi.	15. Pouc.	19. Pouc.
30. Pi.	16. Pouc.	21. Pouc.
33. Pi.	17. Pouc.	22. Pouc.
36. Pi.	18. Pouc.	23. Pouc.
39. Pi.	19. Pouc.	24. Pouc.
42. Pi.	20. Pouc.	25. Pouc.

Poutrelle est une pièce de bois à cinq pans, dont on use fort dans la construction des Planchers des corps de Cazerne, parce qu'on maçonne en voute entre deux de ces Poutrelles, afin que le Plancher soit plus solide & dure davantage.

Profil ou *Coupe* d'un bâtiment est sa représentation élevée & qui nous en fait voir les dedans, ainsi que les largeurs & hauteurs.

Racineau est le nom qu'on donne aux grosses pièces de bois, qui servent à lier les têtes des Pilots d'une fondation & qu'on araze tous à une même hauteur.

Radier

Radier est une Espece de seconde grille qu'on met par dessous le Plancher qui doit porter la maçonnerie des Piles & des autres gros ouvrages qu'on fait dans l'eau; comme sont les Ecluses, les Batardeaux, les Traverses &c.

Rampe d'Escalier est l'assemblage de toutes les marches d'une montée comprises entre deux Pailliers.

Rancher est une grosse & longue piece de bois équarie au travers de laquelle passent des chevilles de bois apellées *Ranches* servant d'échelons pour monter au haut.

Rénure ou *Rainure* est une espece de canal que l'on fait sur les côtez d'une piece de bois, afin qu'une autre piece se lie mieux avec elle.

Rossignol est un Coin de bois qu'on met dans une mortaise lors qu'elle est trop longue afin de mieux serrer une piece de bois.

Rouleaux sont des pieces de bois de figure arrondie dont on se sert pour mener des Poutres ou d'autres grosses pieces de Charpente d'un lieu à un autre.

Sabliere est la piece de Charpente qu'on met de longueur vers le haut d'un Mur de Cloison, ou d'un Pan-de-bois, laquelle est portée par les Poteaux, on doit aussi donner ce même nom à la piece de bois qui occupe le bas de la longueur d'un mur de cloison dans laquelle sont emmortaisées les Poteaux, les Guettes, & les Croix St. André, bien que quelques uns l'apellent Seuil.

Seuil est la piece de bois qu'on met en forme de marche au bas de l'entrée d'une porte & dans laquelle sont emmortaisez les Piédroits.

Solives sont des Pieces de bois qui ont d'ordinaire 5. à 7. Pouces de gros dont les bouts portent sur Poutres, afin de soûtenir le Plancher, les Solives se mettent de

Champ pour qu'elles ayent plus de force, les Solives d'enchevêtrure doivent être plus grosses, aussi leur donne-t-on 6. à 8. Pouces : Je sçay que toutes les Solives n'ont pas la même grosseur mais celles dont je parle sont les ordinaires.

Remarque.

On donne le nom de Solive *ou* Piece *à une certaine quantité de bois, qui contient trois Piés cubes, & c'est au cent de Solives ou Pièces que se reduit le mesurage de la Charpente, ainsi qu'on le verra plus amplement expliqué à la maniere de toiser les bois de Charpente dont je parleray cy-aprés.*

Soliveau n'est autre chose qu'une petite Solive.

Sommier est une piece de Charpente moins grosse qu'une Poutre, mais aussi plus grosse qu'une Solive, dont l'usage ordinaire est de soûtenir les Poutres de trop longue portée.

Sous-faîte est une piece de bois mise plus bas que le faîte, ses bouts s'assemblent dans les Poinçons.

Tampons sont des chevilles de bois dont on garnit les Poteaux & les Solives pour les bien lier & affermir.

Tasseaux sont les pieces de bois mises sur les Chantignoles pour porter les Pannes.

Tenon est le bout d'une piece de Charpente mise en œuvre qui entre ou s'emboite dans la Mortaise, les Tenons à tournices sont coupez quarrément.

Tirans sont les pieces de bois de 10. à 12. jusqu'à 15. à 19. Pouces de gros, dont les bouts portent sur les murs & soutiennent les Jambes de force les empechant de s'écarter.

Toit

Toit ou *Comble* est l'assemblage de toutes les pieces de Charpente servant à couvrir un bâtiment, il y a des Toits en Croupe ou Pavillon, & d'autres dont le faîte va d'un Pignon à l'autre; un comble dont les bois ont beaucoup de grosseur est deffectueux, parce qu'il charge trop le bâtiment.

Toits coupez sont ceux que nous appellons autrement Toits à la Mansarde parce que l'architecte Mansard est celuy qui les a mis en vogue.

Travée est la partie d'un Plancher, c'est à dire le composé des Solives & des Planches compris entre deux Poutres.

Ventriere est une grosse piece de bois qu'on met de long au devant d'une rangée de Palplanches avec lesquelles on la cheville & tamponne bien, tant pour les lier fortement ensemble que pour empêcher l'eau au courant de laquelle elles sont exposées, de faire du tort à l'ouvrage qu'elles couvrent.

Vis ou *Noyau* est la piece de bois ou pour mieux dire l'Arbre du milieu d'un Escalier en rond, dans lequel sont emmortaisées les Marches par l'un de leurs bouts.

Ce qu'on doit observer sur le choix & la coupe des Bois.

De tous les bois le plus propre à la Charpente & à toutes sortes de bâtimens est le *Chêne* principalement, quand on choisit des Arbres qui n'ont pas au dessous de cent ans, ni au dessus de deux cents, parce que ceux qui ont moins de cent ans, ont trop de force & de substance

 chaude

chaude ce qui les oblige à se fendre quelquefois du haut enbas, & ceux qui en ont plus, commencent à déperir ou être sur le retour faute de nourriture.

Les bois qui ont depuis cent jusqu'à deux cens ans, étant employez dans les bâtimens qui ne sont pas exposez aux injures de l'air, subsistent cinq à six cens ans, mais il faut pour cela qu'ils ayent été coupez dans une saison propre; & quand ces bois sont employez au Pilotage des fondations, ils durent jusqu'à douze & quinze cens ans.

Quand un bois mis en œuvre a plus de deux cens ans, il est facile à s'echauffer ou *heurdrir* ainsi l'on peut dire qu'il est trés-necessaire de connoître l'age d'un Arbre, pour s'empêcher d'être trompé dans le choix qu'on doit faire des bois.

Si vous voulez connoître l'age d'un Arbre, faites le scier bien de niveau par le Pié, ensuite dequoy, comptez exactement tous les cercles qui sont depuis le centre du tronc de l'Arbre jusqu'à sa circonference, c'est à dire, jusques sous l'Ecorce, car autant de cercles que vous trouverez autant vous pouvés être asseuré que l'Arbre a d'années, parce qu'il prend une nouvelle envelope de bois à chaque Seve, c'est à dire tous les ans.

Les bois exposez au Soleil levant & au Nord sont les meilleurs, à cause des vents frais qui viennent presque toûjours de ces deux regions, ce qui fait que les Arbres y conservent mieux leur nourriture; En effet, nous voyons que les parties d'une forest ou d'un bois qui sont tournées au levant ou au nord, produisent des Arbres beaucoup plus hauts, plus droits, & plus gros que les autres endroits; Les parties tournées au midy quoy que moins

moins bonnes que les precedantes valent pourtant mieux que celles qui regardent le couchant, parce que le vent de cette derniere region est toûjours humide; Ce n'est pas qu'on trouve quelquefois des Arbres vers le couchant d'un bois, qui sont meilleurs & plus beaux que ceux du midy du même bois, à cause que souvent il vient des vents excessivement chauds qui dessechent trop les terres, mais ce sont là des cas particuliers,qui ne sont guere connus que des gens des lieux, ou par une trés longue pratique.

Le bois de Chateignier est aussi trés-propre au bâtiment, mais comme il n'est pas si universel que le Chêne on se sert plus volontiers de ce dernier; l'Aulne est bon au Pilotage, & l'Orme au Charonnage, mais comme je ne traite pas icy des diverses sortes de bois, ni des usages qu'on en peut faire, & que je n'ai égard qu'à ce qui regarde la Charpente, il est inutile que je pousse cette matiere plus loin.

La vraie saison pour abattre les Arbres qu'on destine à faire du Bois de Charpente, est pendant les mois de Décembre, Janvier & Février, parce qu'à lors ils n'ont point ou du moins fort peu de séve; L'on doit choisir le décours de la Lune préferablement à ses autres quartiers, parce que c'est alors que les arbres ont moins d'humidité, & que l'aubier doit mieux faire corps avec le bois.

Pour donner lieu aux Arbres de se bien affermir on doit les laisser abatus pour le moins trois ou quatre mois dans les forets, ou pour mieux faire si on avoit le temps, ce seroit de les couper par le Pié, les bien étançonner, afin que demeurant debout ils puissent jetter une eau rousse qui est dedans, qui sert de levain à la pourriture & aux vers qui s'y engendrent; L'on doit sur tout éviter d'abbatre

d'abbatre de vieux arbres & en partie secs, parce qu'en n'ayant plus de nourriture ils ne sont pas propres à faire du bois de Charpente, étant trop sujets à se gâter.

Il faut empêcher qu'on n'employe le bois qui a beaucoup d'Aubier, parce qu'il est sujet à se pourrir & à engendrer des vers ; Mais si on y étoit absolument contraint, il faudroit faire laisser des trous aux bouts des pieces de Charpente, afin que l'air s'y put insinuer & les rafraichir ; L'on doit sur tout être soigneux que les Poutres ni les autres pieces ne portent point sur le mortier, qui les échauffe & les gâte ; aussi at-on soin de mettre de la terre, ou des tuileaux, ou enfin du bois, sous leurs bouts.

Le Bois verd mis en charpente est trés-deffectueux ainsi qu'on l'experimenta à Versailles il y a dix ou douze ans.

On connoît qu'une piece de bois de Charpente est bonne, lors qu'elle est d'une consistance ferme, point grasse, qu'elle a peu d'Aubier, de même que peu de Neuds, que son fil est droit, & qu'en faisant fraper contre un des bouts avec le doigt (tandis qu'on a l'oreille à l'autre bout) on entend un son clair, ce qui marque qu'un bois est cru dans un lieu sain.

Dans les ouvrages de Charpente qu'on fait pour le Roy, on ne prend les longueurs des bois mis en œuvre, que selon qu'elles sont y compris les Tenons, au lieu que suivant les *Us* & *Coûtumes* de Paris toutes les pieces de bois ont de certaines longueurs determinées, sur le pié desquelles on les compte au charpentier, afin de l'indemniser de la perte qu'il peut faire en les coupant pour s'asujetir aux longueurs de son ouvrage.

La Charpente ne se mesure pas à la Toise cube comme

me on fait les terres ou la grosse maçonnerie ; ni à la Toise quarrée comme les murs ordinaires ou les lambris ou le parquet ; il y a au contraire un ordre tout particulier, car lors qu'on veut toiser les bois d'un Edifice, on cherche combien il y a de cents de Solives ou Pieces.

La Solive ou Piece est ainsi que je l'ai déja dit une quantité qui contient trois Piés cubes de bois, ou ce qui est la même chose, elle contient une Toise de long sur 6. à 12. Pouces de gros, ou enfin deux toises de long sur 6. à 6. Pouces de gros; Ainsi pour mesurer la Charpente d'un Edifice quel qu'il soit, il ne faut que trouver combien de fois cette Charpente contient trois Piés cubes de bois, ou bien combien de fois il s'y trouve 72. chevilles d'un Pouce de gros sur une Toise de long; Mais comme il y a plusieurs methodes ou pour mieux dire diverses multiplications pour en venir about; J'en ai choisi quatre qui m'ont paru les plus courtes, & le plus belles; elles sont toutes quatre fondées sur les principes de la Solive ou Piece de bois, dont je viens de parler.

Premiere Methode de mesurer les Pieces de Charpente.

La premiere maniere de reduire les bois de Charpente en Solives ou Pieces, est celle dont on se servoit autrefois, qui est celle des 72. chevilles d'un pouce de gros sur une toise de long, voicy sa pratique.

On prend la grosseur de la piece de bois qu'on veut mesurer en pouces, c'est à dire sa largeur & sa hauteur & ayant multiplié ces deux quantitez l'une par l'autre, on

multiplie encore le produit qui en vient par la longueur de la piece à mesurer, & l'on divise le produit de cette seconde multiplication par 72. le quotient de la division marque la quantité de Solives que contient la piece de Charpente à mesurer; Ainsi l'on peut dire que tout morceau de bois équari, qui a 36. Pouces quarrés à l'un de ses bouts sur deux toises de longueur, contient une Solive: & s'il n'a qu'une toise de long, il ne contiendra qu'une demy Solive, que s'il n'a que trois Piés de long, il ne contiendra qu'un quart de Solive & ainsi des autres.

Exemple de la premiere Methode.

Supposons qu'il faille sçavoir combien de Solives contient la Poutre *A B.* dont la longueur est de 3. Toises 2. Pi. 8. Pouc. & la grosseur de 14. à 15. Pouc. pour resoudre cette question multipliez les 14. & 15. Pouc. l'un par l'autre, & le produit 210. qui en vient par 3. Tois. 2. Pi. 8. Pouc. vous aurez $723\frac{1}{3}$. lequel nombre étant divisé par 72. donnera au quotient 10. Solives & $\frac{5}{108}$ pour le contenu de la Poutre.

La seconde methode de reduire le bois de Charpente en Solives est fondée sur ce que j'ai dit, que toute Solive contient trois Piés cubes de bois, ou le 72. d'une Toise cube; voicy de quelle maniere on en vient à bout; après avoir pris son équarissage par l'un des bouts en Pouces comme à la premiere methode, on tire la sixiéme partie de cet équarissage, c'est à dire de la hauteur & largeur pour la mettre au rang des Toises & les restans (quand il y en a) au

au rang des Piés & ayant multiplié ces deux quantitez ainsi placées l'une par l'autre, & le produit par la moitié de la longueur de la piece de bois, il viendra au produit des Solives & parties de Solives.

Exemple.

Je propose la même Poûtre *A. B.* dont j'ai déja parlé laquelle a 14. sur 15. Pouc. de gros & 3. Toil. 2. Pi. 8. Pouc. de long; Ayant pris le sixiême de 14. il vient 2. & reste 2. j'en fais 2. Toil. 2. Pi. la même pratique étant faite pour 15. Pouc. il vient 2. & reste 3. dont je fais 2. Toil. 3. Piés; Or ayant multiplié ces deux positions 2. Toil. 2. Pi. & 2. Toil. 3. Pi. comme à l'ordinaire, le produit est 5. Toil. 5. Pi. que je multiplie encore par la moitié de la longueur de la Poûtre, c'est à dire par 1. Toil. 4. Pi. 4. Pouc. afin d'avoir 10. Solives 6. Pi. 3. Pouc. 4. Lign. revenant à la même quantité qu'au precedant exemple, parce que les 3. Pouc. & 4. Lign. valent $\frac{25}{108}$. d'une Toise, car six des Piés que cette multiplication produit, valent une Solive & 12. des Pouces qui en proviennent valent un Pié & 12. Lignes font un Pouce.

La troisiême methode qui est celle dont je voudrois me servir à cause de sa facilité est la suivante; Prenez l'equarissage de la piece à mesurer en Pouces; Mettez l'une de ces quantitez au rang des Toises, & l'autre à sa place ordinaire; puis multipliez les l'une par l'autre comme au Toisé des terres, & le produit qui en viendra soit encore multiplié par la longueur, le dernier produit sera la quantité de Solives & parties de Solives que la piece de Charpente contient.

Exemple.

Je propose encore la même Poutre *A. B.* dont je place l'une des quantitez de l'équarissage (par exemple 15. Pouc.) au rang des Toises, l'autre 14. Pouc. à leur rang, c'est à dire un Pié au rang des Piés & 2. Pouces au rang des Pouces, puis je multiplie ces deux quantitez l'une par l'autre, & le produit 2. Toif. 5. Pi. 6. Pouc. par la longueur 3. Toif. 2. Pi. 8. Pouc. afin d'avoir encore 10. Solives 0. Pi. 3. Pouc. 4. Lign.

Enfin la quatrième methode est telle; Multipliez les Pouces de l'équarissage les uns par les autres & ayant pris le douzième du produit, considerez le comme des Piés & parties de Piés que vous mettrés chacun à son rang. Si vous multipliez ce douzième par la longueur de la piece à mesurer, le produit sera ce qu'il faut, ainsi qu'on le va voir.

Exemple.

Je continuë de choisir la Poutre *A. B.* de 14. sur 15. Pouces de gros & 3. Toif. 2. Pi. 8. Pouc. de long; Ayant multiplié les 14. & 15. Pouces les uns par les autres & pris le douzième de leur produit 210. il viendra 17. & $\frac{1}{2}$ que l'on doit considerer comme des Piés & parties de Piés, ainsi on aura 17. Pi. 6. Pouc. ou pour mieux dire 2. Toif. 5. Pi. 6. Pouces. Si on multiplie cette quantité par la longueur de la poutre, le produit sera encore 10. Solives 0. Pi. 3. Pouc. 4. Lign.

Remar-

Remarque.

Ces quatre methodes sont également bonnes & servent reciproquement à se prouver l'une l'autre; & bien que j'aye dit que la troisiéme est celle dont je me sers d'ordinaire à cause de sa facilité, je ne pretends pas improuver les autres, le lecteur choisira celle qui luy plairra le plus pour s'en servir; j'en aurois expliqué diverses autres, mais il m'a paru que celles cy doivent suffire, je vais à present les apliquer à divers Toisés de Charpente que je tâcherai de rendre clairs & faciles; [illegible] ce ne sera qu'aprés avoir montré de quelle maniere on reduit en Solives les Poutrelles à cinq Pans & les Pilots arrondis.

Problême 109.

Une Poutrelle à cinq faces telle que la marquée *A. B. C. D. E. G.* se mesure, c'est à dire se reduit en Solives de la façon qui suit.

Divisez deux des côtez alternatifs de l'un de ses bouts (par exemple icy *A. E.* & *B. C.*) chacun en deux parties égales en *H.* & *I.* Tirez une ligne droite de *H.* en *I.* laquelle vous mesurerez bien exactement; le quarré de cette ligne sera égal au Pentagone du bout de la Poutrelle; Il ne faut donc plus que reduire cette Poutrelle en Solives, ainsi que l'enseigne la troisiéme methode que j'ai expliquée & c'est ce que je vais faire; Supposons que la ligne *H. I.* ait 11. Pouces je place ce nombre au rang des toises pour la largeur: & je mets aussi le même nombre au rang des Pouces pour la hauteur ou épaisseur, & ayant multiplié ces deux quantitez l'une par l'autre comme au

toisé ordinaire, il viendra 1. Tois. 4. Pi. 1. Pouc. qu'on multipliera encore par la longueur de la poutrelle supposée icy de 2. Tois. 4. Pi. 6. Pouc. afin d'avoir 4. Solives 3. Pi. 9. Pouc. 3. Lign.

Problème 110.

Un Pilot arrondi se reduit en Solives de la maniere suivante.

Prenez la grosseur ou diametre du Pilot par le milieu, soit avec un compas recourbé ou par le moyen de la circonference, ainsi que je l'ai enseigné au 2. cas du 76. Probleme ou de telle autre façon qu'il vous plaira, & supposé que ce diametre soit de 14. Pouces; vous le multipliez (l'ayant mis au rang des toises) par le quart de la circonference laquelle a icy 11. Pouces qui seront mis à leur rang c'est à dire aux Pouces, il vous viendra 2. Tois. 0. Pi. 10. Pouc. que vous multiplierez derechef par la longueur du Pilot laquelle est icy de 4. Tois. 3. Pi. afin d'avoir 9. Solives 3. Pi 9. Pouc. pour le contenu de ce Pilot.

La grosseur des bois arrondis se doit toûjours prendre par le milieu, parce qu'on en trouve rarement d'égale grosseur à leur deux bouts; l'on peut dire la même chose des bois Equaris & des Poutrelles qui ne sont pas d'égale grosseur dans toute leur étenduë, car pour lors la grosseur se doit prendre par le milieu.

Remarque.

La pluspart des pieces de bois de charpente (excepté la Poutrelle & le Pilot dont je viens de parler) sont équarries, c'est à dire

à dire de quatre faces ; ce qui fait que je ne crois pas qu'il soit necessaire de s'arrêter davantage sur la figure des bois, passons donc à l'ordre qu'on tient dans les Toisez qu'on est obligé d'en faire, soit aux Combles, ou au Pans de bois, ou aux murs de Cloison, ou aux Escaliers, ou aux Ponts, ou enfin à quel autre ouvrage de Charpente qui ce soit aprés avoir donné un modele de devis *de chacunne de ces parties.*

L'on remarquera encore que les pieces de Charpente dont on se sert pour les Ceintres de voutes, pour les Rampes d'Escaliers, pour les Iambes de force, & pour les autres ouvrages ou l'on est obligé de faire des Courbes ; Se Toisent suivant l'Equarissage qu'elles avoient avant que d'être mises en œuvre, afin que les Charpentiers ne perdent pas une partie du bois qu'ils sont obligez d'ôter pour les travailler.

DEVIS DE LA CHARPENTE,

D'un Corps de Logis ou de Cazerne pour servir de Modele aux devis des autres Bâtimens.

Les Madriers sous la fondation des murs dudit corps de Logis ou de Cazerne, seront de bois de Chêne de 4. à 12. Pouc. de gros, assemblez en queüe d'yronde aux Angles seulement.

La Charpente des murs de Cloison sera toute de bois de Chêne ; Il y aura deux Sablieres l'une en haut l'autre enbas de chacunne 6. à 7. Pouc. de gros, dans lesquelles seront assemblez les Poteaux de mêm e grosseur, espacés de 18. Pouc. d'entrevoux ou environ, ruinez & tamponnez délardez des deux côtez, pour mieux tenir la maçonnerie ; observant de

laisser

laisser l'espace necessaire pour les ouvertures des Portes aux endroits qui leur sont marquez.

La Charpente de l'échiffre de l'escalier fait suivant le dessein qui en sera donné, doit être de bon bois de Chêne; Il y aura par en bas deux Patins de 8. à 11. Pouc. de gros; un Noyau de 8. Pouc. les Limons de 6. à 7. Pou. les Apuis de 5. à 7. pouc. les Balustres seront tournez & auront 4. à 5. Pouc. les Marches seront massives & delardées leur grosseur sera de 4. à 14. Pouc. & celles des Paliliers seront de 8. à 9. Pouc. le tout propre & bien assemblé.

Les Planchers seront garnis de Solives de bois de brin de 32. Pi. de long sur 10. à 11. Pouc. de gros, posées bien de niveau, espacées à l'ordinaire, ruinées & tamponnées, observant de laisser les enchevêtrures & les places des âtres necessaires; Les Planches au dessus des Solives seront au moins d'un Pouce & demy d'épaisseur, dressées & clouées avec la quantité de clous necessaires pour les empêcher de se dejetter.

Le Comble que l'on suppose icy être droit & en croupe par les bouts; aura quatre maitresses fermes garnies chacune d'un tirant de 19. Pi. de long sur 10. à 11. Pouc. de gros; deux Jambes de force de chacune 11. Pi. & demy de long sur 10. Pouc. de gros; deux liens de 5. Pi. de long sur pareille grosseur que les Jambes de force; un Poinçon de 9. Pi. de long sur 9. à 10. Pouc. de gros; deux Chevrons de ferme de 5. à 7. Pouc. de gros; deux Contrefiches de 12. Pi. de long sur 7. à 8. Pouc. de gros; deux Arbaletiers de 11. Pi. de long & 8. à 9. Pouc. de gros; deux Jambettes de la grosseur des liens; deux Tasseaux & deux Chantignoles; un Faîte & un Sousfaîte de 7. à 8. Pouc. de gros garnis de leurs liens de 5. à 7. Pouc. les Moises de pareille

grosseur

grosseur lesquelles seront travées dans les Poinçons, Chevillées & Contrecoignées par les deux bouts, ou bien boulonnées de fer; Les Pannes seront de même grosseur que le Faîte, peuplées par dessus de Chevrons de 23. Piés de long & 4. Pouc. de gros espacez de quatre à la latte, brandiez & chevillés sur ces Pannes; Les platteformes qu'on met sous les Piés des chevrons, seront de 4. à 12. Pouces de gros, On mettra aussi les fermettes Noulets petites Sablieres &c. pour les lucarnes le tout de 4. Pouces de gros, excepté les petites Sablieres qui en auront 5. à 7.

Les Croupes des bouts du comble seront garnies de leurs Arêtiers de 8. à 10. Pouces de gros y compris le délardement, assemblez de leurs Coyers de 8. à 9. Pouces; les Contrefiches & Esseliers de 7. à 8. Pouc. les Chevrons des Croupes 7. Pouc. garnis de leurs Entraits, Jambettes, Esseliers, de pareille grosseur; les Enraieures seront garnies de Liernes de 7. à 8. Pouces, assemblez entre les maitresses fermes & cela pour recevoir les Entraits des fermes d'assemblage, lesquels Entraits seront de 5. à 7. Pouces de gros.

S'il y avoit un Pan-debois à un bâtiment, voicy son devis; Toute la charpente sera de bois de Chêne, les deux Sablieres haute & basse auront chacunne 8. à 9. Pouces de gros, assemblées entr'elles de Poteaux de 5. à 7. Pouces, ruinez & tamponnés, espacés de 18. Pouces d'entrevoux ou environ; observant de laisser les ouvertures des portes & des fenêtres aux endroits marquez; toutes les platteformes necessaires pour mettre sur les murs des faces seront de 8. à 18. Pouces de gros, & les linteaux pour mettre sur les portes & croisées auront 5. à 7. Pouces; Enfin les faux manteaux des cheminées seront de 4. ou 5. Pouces de gros.

DEVIS DE LA CHARPENTE

D'un Pont de Bois construit sur une Riviere.

Il sera fait la quantité de seize Arches de chacune cinq Toises trois Piés d'ouverture, & quinze Piles de charpente, assemblées ainsi qu'on le voit au profil qui en sera donné cy-aprés.

On mettra à chaque Pile dudit Pont la quantité de onze bons Pilots de bois de chêne, de la longueur necessaire, & de 14. à 15. Pouces de gros à la Couronne.

Lesdits Pilots seront armez par leur pointe d'un sabot de fer de quatre branches bien attaché, pesant au moins quarante-cinq livres, & seront lesdits Pilots battus au refus d'une volée de cinquante ou soixante coups d'un mouton de fonte, des plus gros qu'on pourra trouver, pesant au moins dix-huit cents, c'est à dire dix-huit quintaux.

Les têtes des Pilots seront coiffées chacune d'un cercle de fer pour empêcher qu'en les enfonçant l'effort du mouton ne les fende; Aprés quoy il sera fait un tenon avec renfort à toutes les têtes des Pilots, pour être assemblez dans le Chapeau qui posera dessus.

Les Chapeaux des Piles seront tous de bois de Chêne, & de six Toises quatre Piés de long sur seize Pouces de gros à vive arête sans aubier, bien assemblez sur les têtes des Pilots.

Les Moises seront posées doubles des deux côtez de chaque Pile; elles seront de bois de Chêne bien équarry à vive

à vive arête de la longueur necessaire sur huit à neuf Pouces de gros, le tout bien chevillé & boulonné à châque Pilot & par les deux bouts, avec les rondelles & clavettes necessaires.

Les Poutrelles seront de bois de sapin & auront sept Toises de long, afin qu'elles puissent porter 4. Pi. 6. Pouc. de châque Côté sur les Piles; leur grosseur prise au milieu sera de 14. à 15. Pouces.

Les Madriers du Plancher dudit Pont seront de bois de Chêne de la longueur de vingt-neuf Piés sur 3. à 18. Pouces de gros, redoublez par dessus les milieus avec d'autres Madriers de sapin, de dix-huit Piés de long & 3. Pouces d'épaisseur.

On posera dessus les deux côtez de la longueur du Pont des gardefoux & apuis assemblez avec des liens & contrefiches le tout de bois de chêne.

L'on disposera de biais une piece de bois de chêne au devant de châque Pile pour servir de garde contre le heurtement des arbres & afin de briser les glaces que la riviere peut charier, & empêcher par ce moyen que les Piles du Pont ne soient endomagées.

On aura soin que les Pilots soient battus selon les talus & les distances marquées au dessein, & de redoubler ceux des extremitez, ainsi qu'on le voit au profil, afin que le tout resiste mieux à tout ce que l'eau charie dans ses debordemens.

La hauteur dudit Pont sera réglée par celle du rez de chaussée, observant que le milieu en soit de deux Piés plus élevé que ce même rez de chaussée.

TOISE' DE LA CHARPENTE.

Du Corps de Logis ou de Cazerne dont le devis est donné cy-devant page 223.

Les Madriers sous les fondations des principaux murs du Corps du bâtiment, contiennent en longueur cent quarante quatre Toises sur 4. à 12. Pouces de gros faisant en tout. . . . . } 96. Solives. 0. Pi. 0. Pouc.

Mur de Cloison.

Les six Sablieres de trois murs de Cloison avec les trente deux Poteaux les trois Linteaux des portes y-compris six Potelets & douze Guettes le tout de même grosseur contenant ensemble soixante-huit Toises quatre Piés six Pouces sur 6. à 7. Pouces. . . } 40. . . . 0. . . 7. 6.

Escalier.

Les deux Patins ont cinq Toises de longueur sur 8. à 9. Pouces de gros, faisant . . } 5. . . . . 0. . . 0.

Un Noyau de quatre Toises de long sur 8. Pouces de gros, faisant . . . . . . } 3. . . . . . 3. . . . 4.

Les Limons ont ensemble sept Tois. deux Pi. de long sur 6. à 12. de gros, faisant } 7. . . . . 2. . . 0. . .

Les Apuis ont ensemble sept Toises un Pié six Pouces sur 5. à 7. de gros, faisant. } 3. . . . . 3. . . . . 9.

Les Balustres ont ensemble trente-huit Tois. cinq Pi. de long sur 4. à 5. Pouc. de gros, } 10. . . . . 4. . . 9.

Les

Les Marches paillieres ont ensemble sept Tois. quatre Piés de long sur 8. à 9. Poucesde gros. } 7. . . 4. . . 0.

Les Marches des rampes ont ensemble trente cinq Tois. un Pié sur 4. à 14. Pouc. de gros, faisant } 27. . . 2. . . 1.

Planchers.

Les Solives des deux Planchers ont ensemble deux cents vingt trois Toises de long sur 10. à 11. Pouces de gros, faisant entout . . . . } 340. . . 4. . . 2.

Les Planches de tous les planchers des appartemens & des greniers ont ensemble quarante Toises deux Piés de long, sur deux Toises deux Piés de large, & un Pouce six Lignes d'épaisseur, faisant entout . . . } 141. . . 2. . . 0.

Comble.

Les quatre tirans des quatre fermes ont ensemble douze Tois. quatre Pi. de long sur 10. à 11. Pou. } 19. . . 4. . . 3.

Les huit Jambes de force ont ensemble quinze Toises deux Piés sur 10. Pouc. de gros, faisant } 21. . . 1. . . 9.

Les huit Liens ont ensemble trois Toises quatre Piés de long sur 10. Pouc. de gros, faisant } 5. . . 0. . . 6.

Les quatre Poinçons ont six Toises de long sur 9. à 10. Pouces de gros, faisant . . . . } 7. . . 3. . . 0.

Les huit Chevrons de ferme ont vingt-sept Tois. de long sur 5. à 7. Pouc. de gros, faisant . . } 13. . . 0. . . 9.

Les huit Contrefiches ont seize Toises de long sur 7. à 8. Pouces de gros, faisant . . . . } 12. . . 2. . . 8.

Les huit Arbalêtiers ont quatorze Tois. quatre Piés de long sur 8. à 9. Pouc. de gros, faisant } 14. . . 4. . . 0.

Les huit Jambettes ont seize Toif. de long sur 7. à 8. Pouces de gros, faisant . . . . . } 12. . . 2. . . 8.

Les Tasseaux & Chantignoles ont de longueur en tout quatre Toif. sur 8. à 9. Pou. faisant . . } 4. . . 0. . . 0.

Les Pannes, le Faste, & le Sousfaste, ont de longueur soixante Toises un Pié sur 7. à 8. Pouces } 46. . . 4. . . 9.

L'on achevera le reste du Toisé de ce Comble en suivant toûjours l'ordre établi dans le devis, & les pratiques que je viens de donner, observant de bien marquer les longueurs, & les grosseurs des bois, de même que les noms des pieces.

A l'égard des Pans de bois, on vient facilement à bout de leur Toisé, en se servant de ce que j'ay dit à la mesure du mur de cloison, car c'est la même chose, à la grosseur des bois prez, qui ne sont pas toûjours également gros, & quand les calculs sont faits on ajoûte toutes leurs quantitez particulieres en une seule.

TOISE' DE LA CHARPENTE

Du Pont de Bois proposé au Devis de la page 226.

Les cent soixante-cinq Pilots des quinze Piles ont ensemble huit cents soixante Toises cinq Piés de long sur 14. à 15. Pouc. de gros, faisant } 2510. Solives 3. Pi. 7. Pouc.

Les Moises ou *Amoises* des quinze Piles ont ensemble neuf cents quinze Toif. de long sur 8. à 9. Pou. } 915. . . 9.

Les quinze Chapeaux ont ensemble en longueur cent Toif. sur 16. Pouces de gros, faisant } 355. . . 3. . . 4.

Les

Les cent vingt six Poutrelles ont ensemble huit cents quatre-vingt-deux Tois. de long sur 14. à 15. Pouc. de gros, faisant en tout } 2572. . . 3. . . 0.

Le premier Plancher a quatre-vingts-trois Toises quatre Piés de long & quatre Toises cinq Piés de large sur 3. Pouces de gros, faisant } 1211. . . 1. . . 0.

La Doublure de ce premier Plancher a aussi la longueur de quatre-vingts-trois Toises quatre Piés & trois Tois. de large sur 3. Pouc. de gros, faisant } 753. . . 0. . . 0.

Les Entretoises des gardefoux ont ensemble cent soixante sept Tois. de long sur 10. à 12. Pouc. } 278. . . 2. . . 0.

Les Poteaux & Liens desdits gardefoux ont quatre-vingts-neuf Toises cinq Piés de long sur 8. à 9. Pouces, faisant } 89. . . 5. . . 0.

Les Apuis & les Contrefiches desdits gardefoux ont ensemble cent quinze Toises de long sur 7. à 8. Pouces, faisant } 89. . . 2. . . 8.

Les soixante-quatre Pilots des Briseglaces ou garde-Piles ont de longueur tous ensemble cent quarante-cinq Tois. quatre Pi. sur 12. à 14. Pouc. de gros, } 33. . . 0. . . 8.

Les Chapeaux ont ensemble cinquante-quatre Tois. de long sur 18. Pouc. de gros, faisant } 243. . . 0. . . 0.

Les Moises des Briseglaces ont ensemble cent vingt-neuf Toises de long sur 10. à 12. Pouces de gros, faisant } 215. . . 0. . . 0.

Voila un precis de ce qu'on peut dire sur la façon l'usage, la qualité, & la quantité des bois de charpente, je crois même que de plus longs discours seroient plus ennuyeux qu'instructifs, car aprés tout le verbiage ne fait que charger la memoire & ne develope pas les idées obscures qu'on se forme des choses.

AVER-

AVERTISSEMENT.

J'explique dans le livre suivant la plus essentiele partie de l'Art de mesurer, & c'est à le bien prendre dans cette huitiême partie de mon traité, que je reduis en pratique les principes que j'ay établis dans les quatre, cinq, & sixiême livres; j'y rectifie quantité de fausses pratiques fort usitées parmy plusieurs personnes, qui se mêlent de mesurer, & qui supposent (assez mal) qu'un habile homme ne les proposeroit pas dans un traité, ou ne s'en serviroit pas si elles n'étoient bonnes. Mais n'ayons point de fausse complaisance dans les choses purement demonstratives ou de fait, & nous trouverons que souvent les habiles comme les autres commettent de grandes fautes.

G

rs
er
eé
ag
é

s
ax

ce

ues

an

nnes

TOISÉ PARTICULIER DE CHAQUE PIECE SERVANT A LA CONSTRUCTION D'UNE FORTERESSE.

LIVRE HUITIEME.

JE me propoſe d'expliquer dans cette derniere partie de mon Oüvrage, la maniere de toiſer tout ce qui ſert à la conſtruction d'une place qu'on fortifie. Mais je ne pretends m'attacher par tout qu'à des pratiques d'uſage, fondées ſur des principes certains, courts, & intelligibles, rejettant celles qui n'ont de fondement que la routine.

Comme ce dernier Livre contient ce qu'il y a de plus eſſentiel dans le toiſé des travaux que le Roy fait conſtruire pour la ſeureté des frontieres ; un Ingenieur ne peut en ignorer les pratiques, ſans s'expoſer à commettre des fautes conſiderables, & ſans ſe rendre pour ainſi dire indigne du nom qu'il porte. J'ay fait mon poſſible pour rendre ces pratiques faciles à comprendre, afin de ne pas fatiguer l'eſprit de Meſſieurs les Cadets Gentils-hommes auxquels j'enſeigne & qu'on peut à juſte titre nommer une pepiniere d'Ingenieurs ; j'eſpere que ceux qui verront ce traité ſeront perſuadez de ce que j'avance.

Le premier toiſé qu'on fait dans la fortification, eſt celuy des terres qu'on tranſporte d'un lieu à un autre ; ou pour mieux dire de l'Eſpace que ces terres occupoient avant d'être tranſportées ; parce que ſi on toiſoit celles qui ſont nouvellement remuées le volume en ſeroit trop

 gros,

gros, ainsi qu'il sera dit en son lieu. Voicy de quelle maniere on doit s'y prendre pour toiser ce qu'on appelle un *Atelier*, c'est à dire le lieu duquel on enlêve des terres pour les transporter ailleurs.

Multiplez la superficie de la base de l'Atelier par une hauteur moyenne à toutes ses differentes hauteurs, le produit de cette multiplication sera sa solidité. De sorte que si cet Atelier avoit sa base de figure pentagone irreguliere, comme celuy qui est marqué icy *A.B.C.D.E.* On trouveroit la superficie de cette base, ainsi qu'il est enseigné à l'un des cas du 73. Problême & l'on en multiplieroit la capacité (qu'on suppose icy de 352. toif. 3. Pi.) par la hauteur communée de tout l'Atelier; laquelle se trouve comme il suit.

Planche 24. Fig. 1. Ajoutez en une seule quantité, toutes les hauteurs particulieres que vous aurez marquées sur le profil des terres recoupées, de même que les hauteurs de tous les *temoins* ou petites Piramides que vous aurez fait laisser dans l'Atelier, ainsi qu'on voit dans cet exemple les hauteurs *G. H. I. K. M. N. O. P. Q. R. S. T. V.* & divisez le produit de toute leur adition, que je supose icy être de 47. Pi. 8. Pou. par la quantité de hauteurs prises au profil & aux temoins; c'est à dire icy par 13. le quotient 3. Pi. 8. Pouc. sera la hauteur communée de tout l'Atelier, avec laquelle multipliant comme je l'ai dit la superficie de la base *A. B. C. D. E.* laquelle est supposée de 352. toif. 3. Pi. on aura un produit de [illegible] toif. 2. Pi. 6. Pouc. pour la masse des terres enlevées.

Remarque.

Comme les espaces dont on enleve des terres sont rarement unis par dessus & qu'au contraire il y a souvent des inégalitez, [illegible]

cela fait que plus on prend de hauteurs particulieres, & plus la pratique est juste.

TOISE' DES TERRES D'VN RAMPART.

Je sçay qu'en fortifiant une Place,on ne toise pas d'ordinaire les terres du Rampart pour le compte de l'Entrepreneur; parce que le volume de celles qui sont nouvellement remuées quoy que fort battués, est de beaucoup plus grand qu'il ne faut; Ce qui fait qu'on toise le vuide des lieux d'ou ces terres ont été enlevées, c'est à dire les Atteliers des travailleurs en s'y prenant de la maniere que je l'ai dit dans l'article precedant. Mais je sçay aussi que quand la cour envoye un Ingenieur pour verifier les toisés, il ne peut que mesurer les terres des Ramparts, des Parapets, des Glacis, & des autres ouvrages achevés, lesquelles terres ont eu le loisir de se rasseoir, depuis le temps qu'elles ont été remuées jusqu'à celuy de la verification du toisé. De même lors qu'on raze une Forteresse ou quelqu'une de ses parties, l'on ne peut éviter pour venir à la connoissance des terres remuées, de mesurer ces mêmes Ramparts, Parapets, Glacis, &c. Ainsi il est absolument necessaire de bien posseder le toisé de ces pieces de fortification; Outre que ce que je diray icy touchant cette matiere, servira d'introduction au toisé de la maçonnerie des gros ouvrages, tels que sont les revetissemens des Ramparts, dans lequel toisé il se commet plusieurs fautes, par ceux qui ne possedant pas de bons principes, suivent une routine qu'ils ont veu pratiquer à d'autres aussi peu versez en geometrie qu'eux.

Or ces abus ne peuvent être fondez ainsi que je le viens de dire, que sur le peu de connoissance qu'ont des vrais

principes geometriques, une partie de ceux qui font faire ou font eux mêmes des toisez. J'avouë que plusieurs Auteurs qui ont écrit sur cette matiere l'ont fait trés superficielement, ou avec beaucoup d'obscurité, & à l'égard de ceux qui en ont parlé juste, leurs methodes sont embarassées de quantité de calculs, capables de lasser la patience des personnes peu accoutumées aux lectures difficiles.

C'est donc en partie pour soulager ceux qui n'aiment pas les operations embroüillées, ni les lectures difficiles que je traiteray cet article d'une maniere claire, courte, & demonstrative. Mais ce ne sera qu'aprés avoir dit deux mots, sur les diverses pratiques dont se servent ceux qui font des toisez de Ramparts, ou de quelqu'autre ouvrage pareil.

Il y en a qui ayant trouvé la superficie inferieure *B. C. G. H. I. T. M. N.* du Rampart, de même que sa superficie superieure *A. D. S. R. P. K. L. O.* ainsi que l'enseignent les 71. & 73. Problêmes, les ajoutent toutes deux ensemble, & prenant la moitié de leur somme pour superficie moyenne, Ils multiplient cette moitié par la ligne *V. X.* qui est la hauteur de ce Rampart prise dans le milieu. Mais cette pratique est peu juste à cause que la moitié des superficies haute & basse jointes ensemble, n'est pas une superficie moyenne proportionnelle entr'elles.

Planche 24. Fig. 2. D'autres multiplient le profil du Rampart marqué icy *A. B. C. D.* par la longueur de la ligne *X. Y. Z. &c.* qui est celle du Rampart prise dans le milieu, c'est à dire dans une égale distance du pourtour exterieur & de l'interieur, or quoy que cette pratique approche plus du précis que la précedante, elle n'est pourtant pas juste.

Ils

Ils observent la même methode pour le toisé des Parapets, & tombent consequemment dans une pareille erreur, laquelle n'est pourtant pas fort considerable pour le toisé d'un ouvrage de cette sorte.

Plusieurs pour éviter ces methodes deffectueuses, cherchent les superficies inferieure *B. C. G. H. I. T. M. N.* & superieure *A. D. S. R. P. K. L. O.* dont j'ay déja parlé, & en ayant pris la moitié à laquelle ils ajoûtent la sixième partie de la base des Piramides formées aux Angles rentrants, ils ôtent la sixième partie de la base des Piramides formées aux Angles saillans, & ils multiplient ce dernier produit par la hauteur *V. X.* du Rampart prise dans le milieu, ce qui donne constamment le vray solide. Mais ces aditions & soustractions de bases de Piramides qu'il faut trouver à part rend ce calcul fort composé, d'autant plus qu'il est necessaire de sçavoir que les Piramides des Angles rentrants, ont leur pointe sur le rez de chaussée, & que celles des Angles saillans ont la leur au sommet du Rampart, ce qui augmente encore la difficulté. *Fig. 2.*

Voicy la pratique dont je voudrois me servir pour toiser la masse des terres d'un Rampart, parce qu'outre sa justesse, c'est qu'elle est d'une facilité qui m'oblige de la preferer à toute autre. Je multiplierois la superficie superieure *A. D. S. R. P. K. L. O.* du Rampart par sa hauteur *V. X.* prise dans le milieu à cause de la pente, qu'on donne à son terreplain, le produit de cette multiplication sera le solide du Prisme ou corps renfermé entre les deux talus interieur & exterieur du Rampart, & duquel Prisme *A. F.* est le profil. Cela étant fait je chercherois le solide de l'un de ces talus (par exemple de l'interieur dont le profil est le Triangle *D. F. C.* & que je suppose separé du Rampart

comme on le voit à la Figure 3.) & pour y parvenir facilement; J'ajouterois la valeur des trois lignes *C.G.H.I.* Fig. 3. *D.S.R.P.* *F.1.3.4.* dont l'une est le pié exterieur du talus du Rampart, l'autre celle du haut de ce talus, & la troisiême celle qui leur est parallele au bas interieur de ce talus; Aprés quoy je prendrois le tiers de ces trois lignes jointes ensemble, avec lequel tiers je multiplierois la superficie du Triangle rectangle *D. F. C.* qui est le Profil de ce talus interieur, le produit seroit le solide proposé.

L'on fera la même operation pour avoir le solide du talus exterieur dont le Profil est le Triangle rectangle *A. B. E.* lequel talus je suppose separé de son Rampart ainsi qu'on le voit à la Figure 4. Car ayant ajouté la valeur des trois lignes *B.N.M.F.* *A.O.L.K.* *E.5.6.* en une Fig. 4. somme, on prendra le tiers de leur produit avec lequel on multipliera le Profil *A.B.E.* afin d'avoir le solide du second talus. De sorte qu'en ajoutant le solide du Prisme enfermé entre les deux talus & dont *A.F.* est le Profil, avec le solide de ces deux talus, on aura la masse de tout le Rampart.

Cette maniere de toiser les ouvrages qui ont de la pente, est non seulement generale, mais encore trés facile, & je ne doute pas que ceux qui la comprendront une fois, ne la preferent à toutes celles qu'on a pratiquées jusques à present. Tout ce qui pourroit causer quelque scrupule sur son sujet, est de sçavoir si elle est juste; & c'est ce que je vais faire voir aussi clair que le jour.

Planche 24. Fig. 5. Imaginons le Prisme *A. B. C. D. E. F.* dont la base triangulaire ou Profil *A. B. C.* est de trois toises quarrées, & la longueur *A.D.* ou *C.F.* est de neuf toises; il est certain que son solide aura 27. toises cubes. De plus si on conçoit

l'une

l'une des longueurs de ce Prisme par exemple *B. E.* être prolongée tant qu'on voudra comme icy en *G.* de six toises & qu'on imagine des lignes droites tirées de *G.* en *D.* & en *F.* il se formera par ce moyen une Piramide dont la base *D.E.F.* sera la même que celle du Prisme: De sorte que toisant séparément ce Prisme & cette Piramide on aura 27. toises cubes d'une part & 6. toises cubes de l'autre qui font en tout 33. toises cubes. Or en toisant ce même Prisme & la Piramide ensemble de la maniere que je l'ai dit dans l'article precedant on aura la même quantité de 33. toises cubes; parce que les trois lignes *AD. CF. BG.* jointes emsemble ayant trente trois toises de long leur tiers sera onze, lequel étant multiplié par les trois toises quarrées que contient le Profil *A.B.C.* il viendra au produit 33. toises cubes.

Enfin si la longueur du Prisme étoit prolongée de l'autre côté d'une grandeur arbitraire, comme par exemple icy *D. A.* qui l'est vers *H.* de trois toises, & qu'on suppose des lignes tirées de ce point *H.* en *C.* & *B.* on aura la Piramide *H.B.C.A.* dont le solide est de trois toises cubes, parce que sa base *A.B.C.* qui est aussi celle du Prisme, contient trois toises quarrées, & sa hauteur *A. H.* contient trois toises de long; or ces trois toises cubes étant ajoutées avec les 33. que contiennent le Prisme & l'autre Piramide, font un tout de 36. toises cubes.

Voyons maintenant si le solide *H.C.* qui contient le Prisme & les deux Piramides étant toisé de la maniere que je l'ay dit cy-devant, produira la même quantité. Pour cet effet j'ajoute *H D. C F. B G.* ensemble & le tout fait 36. toises de long dont le tiers est 12. toises pour une longueur communée, avec laquelle multipliant le Triangle *H. B. C.* égal au Triangle *A. B. C.* de trois toises de superficie, il viendra au produit de cette multiplication

36. toi-

36. toises cubes, ce qui est trés conforme à ce que j'ai avancé. Ainsi toisant tous les ouvrages en talus qui ont des longueurs differentes, ou des Angles saillans & rentrans, de la façon que je le viens de dire, vous enfilés Piramides sur Prismes & Prismes sur Piramides, sans avoir la peine de mesurer chacun de ces corps separément, comme ont fait jusques à present, tous ceux qui ont travaillé au toisé avec le plus d'exactitude.

Je ne me serois pas si fort étendu sur cette matiere, si lés toisez qu'on fait dans la fortification n'étoient que pour les terres, parce que la methode de ceux qui multiplient le Profil d'un Rampart, ou d'un Parapet, ou d'un Fossé, ou d'un Glacis, lors qu'il est égal par tout, par sa longueur prise dans le milieu approchant assés du juste, elle suffiroit à cause que le prix de la toise des terres, n'est pas d'ordinaire fort considerable, si ce n'est lors qu'elles sont apportées de loin ou qu'il faut les transporter à une grande distance. Mais comme la pluspart du temps la maçonnerie avec laquelle on revêtit les Ramparts & les autres ouvrages, est d'un prix beaucoup au dessus; j'ai crû que non seulement je devois entrer dans le détail de ce toisé pour soulager ceux qui sont obligez de mesurer, mais encore pour les interets du Roy qu'on ne peut trop menager dans ces occasions.

AVERTISSEMENT.

On ne manquera pas de me faire icy une objection qui m'a été faite diverses fo[illegible]mais toûjours par des personnes peu versées en Geometrie, à sçavoir que la methode dont je pretends me servir icy, suppose qu'un Rampart, ou un Fossé, ou un Glacis,

ou un

ou un Parapet, ait sa longueur, ou son épaisseur, ou profondeur égale partout & qu'il soit sur un terrein uni, car s'il y a de l'inégalité dans les largeurs ou épaisseurs, ou qu'un Rampart, ou un Fossé fasse des sinuositez la difficulté sera toûjours fort grande. Aquoy je reponds que cette difficulté se trouve égale dans toutes les pratiques que l'on peut suivre, & qu'ainsi n'étant pas particuliere à la methode que j'ai expliquée cy-devant, elle ne doit pas m'être imputée. Je sçay qu'aux places irregulieres, on est assés souvent obligé de faire les Ramparts plus ou moins élevés, pour s'accommoder au terrein ou pour opposer à des hauteurs, ainsi leur épaisseur est differente, parce qu'un Rampart beaucoup élevé doit avoir plus de base qu'un qui l'est peu, ce qui porte par une suite naturelle à faire le Fossé plus large ou plus profond en certains endroits qu'aux autres, afin d'avoir la quantité de terre dont on peut avoir besoin, Mais comme dans le toisé des ouvrages irreguliers on tâche de suivre autant qu'on peut les preceptes établis pour les reguliers, il est certain qu'on reussit plus ou moins bien selon qu'on se sert de methodes plus ou moins justes. D'ailleurs quand un ouvrage qui a du talus se trouve de differente hauteur ou épaisseur, on fait plusieurs toisez separés dont on ajoûte les produits en un seul, & si l'épaisseur étant égale par tout, il n'y a que les hauteurs qui different on en cherche une de la maniere que je l'ai dit au toisé d'un Atelier page 234. Outre que c'est principalement pour la grosse maçonnerie que je voudrois suivre cette methode, parce que le toisé des terres n'exige pas qu'on y regarde de si prés, à moins que le transport ne s'en fasse loin. Il est vray qu'on doit toûjours faire les operations autant justes qu'on peut, n'étant pas suffisant pour se justifier de dire qu'il faut trop de temps pour toiser un Rampart, ou un Fossé, à plusieurs reprises. Je satisferay le plus qu'il me sera possible à toutes les difficultez qui peuvent naître dans le mesurage des solides qui ont de la pente, dans ce que je diray cy aprés.

TOISE DES TERRES D'UN FOSSE'.

La plus grande partie des terres qui servent à la construction des Ramparts, Parapets, Banquettes, Cavaliers, Barbettes, & Glacis, se tirent du Fossé, amoins qu'il n'y ait un Avantfossé au pié du Glacis, parce qu'alors on fait un renfoncement au dessous du rez de chaussée en pente adoucie pour former cet Avantfossé, ce qui produit des terres dont on se sert pour le Glacis.

Or comme le Fossé est le vrai endroit, d'où les terres s'enlevent pour la construction des ouvrages dont je viens de parler, c'est aussi son vuide que l'on toise, & pour y parvenir l'on doit avoir bien conçu ce que j'ai dit en parlant du mesuragedu Rampart, parce qu'on se servira de la même pratique à celuy cy, lors qu'il ne sera point revêtu, comme je le feray voir dans la suite; Car lors qu'il est revêtu rien n'est si facile que la maniere de le toiser, ainsi qu'on en va être convaincu.

Planche 24. Fig. 6. Cherchez en premier lieu la superficie superieure *A B C D E G.* du Fossé y compris l'espace qu'ocupe l'épaisseur des revetissemens de l'Escarpe & de la Contr'escarpe, puis que les terres en ont été enlevées, & l'ayant trouvée ou bien celle du fonds du Fossé qui luy est égale, ainsi que l'enseignent les 71. ou 73. Problêmes ou bien de quelqu'autre maniere; Multipliez la par la profondeur *H I.* du Fossé, c'est à dire par la valeur de la ligne tirée du rez de chaussée perpendiculairement sur le plan du fonds de ce Fossé, le produit de la multiplication sera le contenu des terres qui ont été enlevées. Que si à ce contenu on ajoûte celuy des terres dont la maçonnerie des Contreforts occupe l'espace, depuis leur fondation jusques au rez de chaussée, on aura le solide précis de terres qu'occupe le Fossé.

Comme

Comme il arrive assés souvent que la profondeur d'un Fossé n'est pas égale partout, on en cherche une qui luy soit commune, de la façon que je l'ai dit dans la page 234. en expliquant le toisé d'un Atelier.

Que si le Fossé n'est pas revêtu, on multipliera en premier lieu la superficie *L. M. N. O. P. Q.* du fonds de ce Fossé, par sa profondeur *R S.* au produit dequoy on ajoûtera le solide des deux talus, dont l'un qui est du côté de l'Escarpe est marqué du Triangle ou Profil *T V L.* & l'autre du côté de la Contr'escarpe, a son Profil marqué *X Y Q.* Or le solide de ces talus se trouve, de la maniere que je l'ai enseigné au toisé du Rampart dans la page 238. c'est à dire en multipliant leur Profil par le tiers des trois lignes de leur pourtour. *Fig. 7.*

Il n'importe pas que la largeur du Fossé aille en diminuant vers la pointe du Bastion, ou quelle soit égale le long de toute sa face pour en avoir la solidité, pourveu que la profondeur soit égale partout; parce que la justesse de cette pratique, consiste à trouver la superficie superieure ou l'inferieure de ce Fossé, suivant que le cas l'exige; ce qui sera facile à ceux qui auront une fois bien compris ce que j'ai dit au cinquiême Livre, dans lequel ce qui regarde les superficies est traité d'une maniere claire & ample.

L'on peut me dire que le solide d'un Fossé qui n'est pas revêtu, & dont la profondeur de même que la largeur diminueroit également depuis le milieu de la courtine jusques à l'Angle flanqué, ne se trouveroit pas avec précision en se servant de la pratique dont je viens de parler, parce que le vuide d'un Fossé tel que celuy la, est une espece de Piramide tronquée (du moins ce qui est renfermé entre les lignes de deffence & la

Contr'escarpe.) A cela je réponds qu'on peut en ce cas se servir de la methode que j'ai expliquée dans la page 181. pour avoir la masse des terres renfermée entre les lignes de deffence & la Contrescarpe, à quoy on ajoûteroit la masse des terres qui auroit été enlevée entre ces mêmes lignes de deffence, les Flancs, & la Courtine.

Enfin si le Fossé avoit d'inégales profondeurs, il en faudroit chercher une qui luy fût commune pour tout, en se servant de la methode enseignée au toisé de l'Atelier page 234. avec laquelle profondeur commune, multipliant une superficie moyenne proportionnelle entre les superficies haute & basse de ce Fossé, on auroit la masse des terres qui en ont été tirées. Ou bien on pourroit faire plusieurs toisés, dont on ajouteroit les valeurs particulieres en une seule.

TOISE' D'UN PARAPET Y COMPRIS SA BANQUETTE.

Planche 24. Fig. 8. Jai déja remarqué que plusieurs personnes mesurent cet ouvrage en multipliant son profil *A B C D E G*. par la longueur *H I K L*. prise au milieu, du talus superieur du Parapet; mais j'ai en même temps dit que cette pratique n'étoit pas fort juste.

D'autres prétendent mesurer ce Parapet, en multipliant sa base entiere qui appuye sur le terreplain du Rampart, par la hauteur *MH*. du Parapet prise dans le milieu, au produit dequoy ils ajoûtent le solide de la Banquette. Cette methode est beaucoup plus deffectueuse que la precedante, de laquelle je me servirois bien plûtost que de celle cy.

Mais

Mais si on veut avoir au juste le solide du Parapet, il n'y a qu'à multiplier le Rectangle *A O.* qui fait partie de son profil, par la longueur *H I K L.* prise au milieu, au produit dequoy on ajoûtera le solide des trois talus dont les Triangles rectangles *A B P· A G R. & G O N.* sont les Profils, lesquels talus se mesurent de la façon que je l'ai dit au toisé du Rampart page 238. & on ajoûtera encore à ce tout la masse des terres de la Banquette, laquelle se trouve en multipliant le Profil *E N C D.* par sa longueur prise au milieu. Observant que dans le toisé des terres d'un Parapet, on n'y doit point comprendre ni le revêtissement soit de muraille, ou de gazon, ou de placage, ni la fascine qu'on y met pour mieux lier les terres parce qu'on les paye à part.

TOISE' DES TERRES D'VN GLACIS.

On pratique diverses methodes pour toiser les terres de cette partie d'une fortification; mais elles ne sont pas toutes également bonnes. Quelques uns pretendent qu'en multipliant le Profil d'un Glacis par sa longueur prise au milieu, c'est à dire dans une égale distance de la tête & de la queüe de ce Glacis, qu'on aura sa solidité. Mais cela suppose que cet ouvrage soit égal partout, & que les *Arêtes* ne soient pas plus longues que les *Goutieres* ce qui arrive rarement; Il faudroit d'ailleurs pour que cette methode eut quelque justesse, que le contour du bas ou queüe du Glacis, n'eut pas plus d'étendue que son contour de la tête, ce qui ne se peut.

D'autres prennent le contour du milieu du Glacis, qu'ils multiplient par une ligne tirée à plomb de la tête de ce Glacis à sa queüe, afin d'avoir la superficie superieure, qu'ils multiplient encore par la moitié de sa hau-

teur prise à la tête, ou par la hauteur entiere prise au milieu, pretendant que ce dernier produit est la solidité qu'ils cherchent. Mais cette methode est deffectueuse, produisant beaucoup plus de terres que le Glacis n'en contient veritablement.

Je crois que la maniere certaine de toiser les terres d'un Glacis, est de mesurer chacune de ses faces ou Pans separément, par la methode dont je vais me servir; parce que se trouvant fort peu de ces faces égales entr'elles, (même au tour d'une fortification reguliere) on ne peut sans s'exposer à commettre des erreurs considerables, toiser un Glacis entier d'une seule operation.

Planche 25. Fig. 1. S'il arrivoit par hazard que le Glacis d'un front de forteresse fut égal dans toutes ses parties, c'est à dire que la queuë fut parallele à la tête. Il faudroit en ce cas ajoûter le pourtour *ABCDE*. d'enbas, avec les deux pourtours *GHIKL*. & *MNOPQ*. de la tête, l'un mesuré au sommet & l'autre sur le rez de chaussée; Aprés quoy ayant pris le tiers de cette aditon, on en multiplieroit le profil du Glacis qui n'est autre chose que le Triangle *AGM*. au produit dequoy on ajoûteroit le solide de la Banquette.

Mais comme il arrive peu que la queuë d'un Glacis soit parallele à sa tête, aussi peut-on rarement faire un toisé de cette étenduë d'une seule operation, ce qui fait qu'on doit mesurer ainsi que je l'ai déja dit, chaque pan ou face de ce Glacis separément, de la maniere que je vais l'expliquer.

Si la queuë d'une face de Glacis est parallele à sa tête, servez vous de la pratique dont je viens de parler.

Que si les Arêtes & les Goutieres ne sont pas égales

ainsi

ainsi que cela est presque toûjours. Reduisez une face de ce Glacis en deux Piramides, comme on le voit à cet exemple dans lequel ayant tiré une ligne de *V* en *Y*. si on imagine la ligne *TY*. le pan de Glacis se trouve reduit en deux Piramides dont l'une a pour base la tête *VS*. du Glacis & pour sommet le point *Y*. & l'autre a pour base le Triangle *VXT*. & le même point *Y*. pour sommet, ainsi toisant separément chacune de ces Piramides de la maniere enseignée au Problême 97. page 180. & ajoûtant leurs produits en un, on aura le solide du pan ou face de Glacis proposé à mesurer; De sorte que pratiquant la même methode à toutes les autres faces, on aura le contenu du solide entier. *Planche 25. Fig 2.*

TOISE' D'UNE RAMPE.

Sous le nom de Rampe je conçois une montée de terre, qu'on fait en pente adoucie pour conduire l'artillerie & les munitions sur un Rampart, ou sur un Bastion, ou sur une Barbette, ou sur un Cavalier, &c. Cet ouvrage se fait d'ordinaire aussi large en haut vers la tête qu'en bas vers la queuë, mais quelquefois on le fait plus large à la queuë qu'à la tête. Dans l'un & l'autre cas, on multiplie son Profil qui est le triangle *ABC*. par le tiers des trois lignes *AD*. *BE*. *CG*. jointes ensemble qui est ainsi que je l'ai dit, la methode de toiser les ouvrages qui ont du talus. *Fig. 3.*

TOISE' D'UNE BARBETTE.

Cet ouvrage n'est autre chose qu'une petite Batterie qu'on dresse vers l'angle flanqué d'un Bastion, ou d'une Demylune, afin de pouvoir tirer par dessus le Parapet. Comme la Barbette *Planche 25. Fig. 4.*

bette n'est que de terre sa mesure est facile, puis qu'il n'y a qu'à multiplier la superficie de sa base haute ou basse, dont la figure est telle qu'on voit à l'une des deux marquées *HIKLM.* par la hauteur *KN.* ou une équivalente, au produit dequoy on ajoûtera le solide des deux Rampes servant à monter sur la Barbette, & dont la mesure est expliquée à l'article précédant.

On pourra me dire que ce toisé n'est pas tout à fait juste, à cause que la face du devant de la Barbette est en talus. Mais cela se trouve équivalé par le talus qui est le long du Parapet, ainsi on ne doit pas s'arrêter à ces bagatelles. Neantmoins ceux qui sont scrupuleux pourront toiser ces talus, afin de les ajoûter ou ôter suivant le besoin, remarquant qu'on doit déduire du massif de cet ouvrage ce que contient la partie de la Banquette qui est renfermée dessous, laquelle ayant été toisée avec le Parapet ne le doit pas être une seconde fois.

TOISE' DES TERRES D'VN CAVALIER.

Planche 25. Fig. 5. La methode dont je me serviray pour la mesure des terres de cet ouvrage, sera la même que celle dont j'ai usé au toisé de la Piramide tronquée page 181. ou bien comme je l'ai fait au Rampart; Car un Cavalier sans y comprendre ses Rampes, & Parapets, n'est autre chose qu'une Piramide tronquée dont la base est sur le terreplein du Bastion, parce que la masse des terres de cet ouvrage s'éleve en talus. De sorte que si la base d'un Cavalier est rectiligne, comme elle l'est à ceux qui sont construits dans des Bastions à flancs droits, on n'aura qu'à chercher les superficies haute & basse *OPQRS.* & *TVXYZ.* qu'on multipliera l'une par l'autre, tirant la racine

cine quarrée du produit pour avoir une superficie moyenne, laquelle étant ajoutée avec les superficies haute & basse, & leur produit total multiplié par le tiers de la hauteur *Q. 4.* du Cavalier, donnera le contenu des terres de cet ouvrage, à quoy on ajoûtera celuy des terres du Parapet, & des Rampes, qu'on toisera de la maniere que je l'ai dit en son lieu, ce qui produira le solide du Cavalier & de ses dépendances.

Mais si les flancs d'un Cavalier sont circulaires, ainsi qu'ils le doivent être à ceux que l'on éleve dans les Bastions à orillon, l'operation ne sera pas pour cela changée puis qu'il faudra observer les mêmes regles, toute la difference ne consistant qu'aux bases haute & basse, qui sont icy mixtes.

On aura encore le solide d'un Cavalier en multipliant la superficie de sa base superieure *O P Q R S.* par sa hauteur *O. 4.* au produit dequoy on ajoûtera la masse des terres du talus, qu'on trouve de la maniere qui a été expliquée au toisé du Rampart, remarquant que de quelle façon qu'on s'y prenne pour mesurer cés sortes d'ouvrages; il faut toûjours déduire de leur masse, ce que contient le revêtissement lors qu'il y en a un, où le Gazonnage & Placage.

Enfin s'il y avoit un Soûterrein dessous le Cavalier, il faudroit prendre la base inferieure des terres de ce Cavalier au niveau des arêtes du Soûterrein, & faire ensuite le toisé de la maniere que je l'ai dit, au produit dequoy on ajoûteroit la masse des terres renfermées dans les gouttieres, c'est à dire entre les arêtes du Soûterrein.

TOISÉ DES TERRES D'UNE TRAVERSE.

Ces sortes d'ouvrages n'étans que des Parapets de terre

avec leur Banquette, qu'on met au travers d'un Chemin couvert pour en occuper la largeur, ou dans quelque autre endroit pour se couvrir contre un commandement, sont faciles à toiser, puis qu'il n'y a qu'à multiplier leur Profil marqué icy *A B C D E G.* par la longueur *H I.* prise du mileu d'un des bouts au milieu de l'autre, remarquant d'avoir premierement ôté ce que contient l'épaisseur du Gazonnage; Surquoy l'on observera que ce toisé n'est pas juste dans la rigueur geometrique, parce que les bouts de la Traverse ont un peu de talus, mais cela est de nulle consideration, tant à cause du peu de valeur des terres que de l'erreur qui est presque insensible.

Planche 25. Fig. 6.

La mesure de l'une de ces pieces suffit pour toutes; car il n'y a qu'à multiplier sa masse par la quantité de Traverses qu'il y a dans un chemin couvert ou ailleurs, à moins qu'elles ne fussent inégales, parce qu'alors il les faudroit toiser chacunne separément, & ajouter ensuitte tous leurs produits particuliers en un seul.

TOISE' DE LA MAÇONNERIE D'UN REVETISSEMENT DE RAMPART.

Je suppose ici qu'il faille toiser le revêtissement d'un demy front de fortification reguliere, c'est à dire la maçonnerie qui soûtient les terres du Rampart, depuis le milieu de la Courtine jusques à l'angle flanqué ou pointe du Bastion, afin qu'en doublant ce qui en pourra provenir, on ait le solide d'un gros mur du front entier, qui va d'un Angle flanqué à l'autre.

Il faut en premier lieu toiser à part le solide de la fondation jusqu'à la premiere retraite, laquelle étant élevée à plomb tant en dedans qu'en dehors jusqu'à cette retraite

qu'on fait au rez de chaussée du fonds du fossé, est facile à mesurer, quis qu'il n'y a qu'à multiplier son Profil qui est icy le Rectangle *KL.* par la ligne *MNOP.* prise au milieu de la fondation, c'est à dire dans un égal éloignement du contour exterieur & de l'interieur, car le produit sera le solide de la fondation. *Fig. 7.*

En second lieu, il s'agit de toiser le solide du mur du Rampart sans y comprendre le talus, ce qui se fait en multipliant le Rectangle ou partie de Profil *QM.* par la ligne *RSTV.* prise au milieu de la largeur superieure de ce Profil, le produit sera ce que contient la partie du revêtissement comprise entre l'interieur du Rampart (contre lequel apuyent les terres) & la ligne *XM.* tombant du dessus du cordon à plomb sur le haut de la fondation.

En troisiéme lieu, on toisera le solide du talus, en multipliant la superficie, du Triangle rectangle *XMY.* qui est le Profil de ce talus, par le tiers des trois lignes *Y.5.6.7.* & *X.2.3.4.* & *MNOP.* jointes ensemble, c'est à dire celle qui fait le pourtour exterieur du revêtissement pris sur la retraite, celle du pourtour superieur au deffaut du cordon, & celle qui est dessous parallele aux autres. Aprés quoy ajoutant le solide de la fondation, avec celle du Rampart y compris le talus dont je viens de parler, on aura le solide du revêtissement entier, auquel on ajoûtera le contenu du mur du Parapet & celuy des Contreforts dont je vais donner le toisé, aprés avoir dit que le cordon est toûjours compris dans le solide du Rampart, & qu'ainsi il ne se toise pas separément.

TOISE' DV MVR QVI SERT A REVETIR VN PARAPET.

Cette partie dela maçonnerie d'une place, est quelquefois mesurée à la toise quarrée separément du gros mur,

 mais

Fig. 8. mais il faut que cela soit porté dans le marché, car autrement on la reduit à la toise cube comme le reste, ce qui se pratique comme il suit.

Ce Mur se construisant à plomb tant en dedans qu'en dehors, il ne faut que multiplier son Profil qui est le Trapeze *A B C D.* par sa longueur *E G H I.* de ce mur de Parapet, prise au milieu de sa face superieure, le produit est ce qu'on cherche.

Mais si on étoit obligé de le mesurer à la toise quarrée, il faudroit multiplier la même longueur *E G H I.* par la hauteur *K E.* prise au milieu.

TOISE' DES CONTREFORTS.

Quand on a le solide d'un Contrefort cela suffit, lors qu'ils sont tous de même hauteur, parce que ce solide étant multiplié par la quantité de Contreforts qu'il y a derriere un gros mur, produit la masse de tous, en observant que ceux qui sont aux angles en valent deux, parce qu'on les fait doubles dans ces endroits.

Ainsi supposons qu'il faille trouver le solide du Contrefort *A H.* Il n'y a qu'à multiplier sa longueur *B C.* prise dans le milieu, par sa largeur *D E.* prise aussi dans son milieu, afin d'avoir la superficie *A G.* laquelle étant multipliée par la hauteur *G H.* du Contrefort, en donnera le solide.

Fig. 7.

Quand les Contreforts ne sont pas d'une égale hauteur partout, à cause de l'inégalité du terrein qui oblige de les faire plus ou moins élévez suivant que le revêtement l'exige, on toise tous ceux qui sont d'une même élévation de la maniere que je le viens de dire, & tous ceux qui ont une autre élévation égale, de la façon qu'ils le

doivent

doivent être, en suivant les principes precedants, aprés quoy on ajoûte tous ces produits particuliers en un seul, remarquant toûjours que les Contreforts des angles sont comptez pour deux, à cause qu'on les double.

S'il se trouvoit des Contreforts qui eussent du talus, bien que cela ne se doive pas sans des raisons particulieres; On les mesureroit en se servant des principes que j'ai établis pour le toisé des ouvrages qui ont du talus.

Remarque.

Les ouvrages de grosse maçonnerie avec du talus, ainsi qu'en ont presque tous ceux de la fortification, se doivent toiser de la même maniere que le revêtissement du Rampart, de sorte que je ne donneray point la mesure particuliere des revêtissements de Demylune, Redüit, Ouvrage à corne, Ouvrage à couronne, Tenaille dans le Fossé, Contr'escarpe, Gorge d'ouvrage detaché, &c. puis qu'il n'y aura qu'à suivre exactement ce que j'ai dit cy-devant, & dont je vais donner encore un exemple au toisé de la maçonnerie d'un Flanc à orillon; aprés avoir averty que la pierre de taille ou de bossage, qu'on met aux soubassemens & aux angles d'une fortification, ne se toise point à part, à moins que le marché ne le porte précisément.

TOISE' DE LA MAÇONNERIE D'VN FLANC A ORILLON.

Je comprends dans ce toisé non seulement la maçonnerie qui soutient les terres de l'Orillon, ou Epaulement; Mais encore celle du Contreflanc, & du Flanc retiré, parce que ces trois parties composent effectivement ce que nous appellons un Flanc à orillon.

Pour parvenir à ce toisé, je mesure la ligne ABCDE. du haut interieur du revêtissement, de même que celle du haut exterieur GHIKL. prise au dessaut du Cordon, soit par le moyen de ce que j'ai dit au second cas du Problême 18. soit de la façon qu'on voudra, & ayant ajoûté la valeur de ces deux lignes en une, j'en prends la moitié, que je multiplie par la largeur BH. du haut de la muraille, ce qui m'en donne la superficie superieure, laquelle étant multipliée par la hauteur AN. de la maçonnerie, il me viendra le solide du corps qui a pour Profil le Rectangle ANOG.

Planche 25. Fig. 9.

Cela étant fait, il s'agit de trouver le solide du talus dont le Profil est icy le Triangle rectangle GOP. ce qui s'execute de la même maniere qu'au revêtissement du Rampart dont j'ai parlé, c'est à dire qu'il faut ajouter les trois lignes GHIKL. avec OTVX. qui luy est égale & PQRS. en une quantité, dont on prendra le tiers avec lequel on multipliera le Profil GOP. le produit sera le solide du talus. Quand à ce qui concerne la fondation, les Contreforts, & le mur du Parapet du Flanc à orillon ; on les mesure comme les autres, & on ajoûte tous les produits de ces toisez particuliers en une quantité.

TOISE' DU GAZON ET DU PLACAGE.

L'on revêtit l'interieur & l'exterieur des Parapets avec du Gazon ou avec du Placage, de même que l'exterieur des Ramparts, & de divers autres ouvrages, qu'on n'a pas le temps ou les moyens de revêtir de maçonnerie. Le toisé de ces ouvrages est facile, car à le bien prendre ce ne sont que des Rectangles, ou des Trapezes, dont il faut avoir la superficie; voicy comme on s'y prend.

Supposons en premier lieu qu'il faille toiser le Gazon ou

ou le Placage dont on a revêtu un Parapet dans son interieur; il n'y a qu'à multiplier sa longueur *ABCD.* prise au milieu, c'est à dire à une égale distance du dessus de la Banquette & du bord superieur du Parapet; par la ligne *EG.* tirée de ce bord superieur de Parapet jusques en bas à plomb sur le bord de la Banquette, car le produit de cette multiplication sera la quantité de toises quarrées & parties de toises quarrées que cet interieur du Parapet contient. *Planche 25. Fig. 10.*

Si c'est le talus exterieur du Parapet qu'on se propose de mesurer, l'on se servira de la même pratique, c'est à dire qu'on multipliera sa longueur *HIKL.* prise à une égale distance du bord superieur en dehors & de l'inferieur, par une ligne telle que *MN.* tirée de l'un de ces bords perpendiculairement sur l'autre.

Enfin si on veut toiser le Gazon ou le Placage qui sert à revêtir l'exterieur d'un Rampart. On multipliera son pourtour *OPQR.* pris au milieu, par la ligne *ST.* tirée du bord superieur du Rampart perpendiculairement à son bord inferieur sur la Berme, à moins que ce Rampart & le Parapet ne fussent sur un même allignement, parce qu'alors on prendroit cette ligne de hauteur depuis le bord superieur du Parapet jusques au bord d'en-bas du Rampart, afin d'avoir en même temps le contenu du Gazonnage du talus exterieur du Rampart & du Parapet. *Planche 26. Fig. 1.*

L'on observera les mêmes regles pour toiser le revêtissement de Gazon ou de Placage des autres ouvrages, qui ont du talus, comme par exemple des Traverses qu'on met dans le chemin couvert, des Redoutes de terre, des Cavaliers, des devant de Barbette, &c.

TOISE

TOISE' DES PALISSADES ET DES FRAISES.

Les Paliſſades ſont d'ordinaire de 9. à 10. Piés de long, dont il y en a 3. ou 4 Piés d'enfoncés en terre; leur groſſeur priſe au *Liteau*, qui eſt une eſpece de traverſe de 2. à 4. Pouc. de gros ſervant à les entretenir les unes avec les autres, eſt depuis 18. juſques à 22. pouces de pourtour; on les eſpace à deux pouces de diſtance l'une de l'autre; le Liteau doit être taillé en chanlatte.; Les Paliſſades & les Fraiſes ſe meſurant à la toiſe courante, il n'y a ſimplement qu'à apliquer la toiſe le long du pié des Paliſſades ſur le rez de chauſſée & des Fraiſes au deffaut du Rampart & du Parapet, autant de fois & partie de fois qu'elle pourra y être apliquée, afin d'en avoir le contenu, ce qui eſt ſi évident que je croirois faire injure au Lecteur le moins penétrant ſi je luy propoſois un exemple ſur pareil ſujet.

TOISE' D'VN CORPS DE CAZERNE.

Il y a ordinairement dans un corps de Cazerne ainſi que dans pluſieurs autres Bâtimens, de trois ſortes de Murs, qui ſont les murs de *Face*, les murs de *Refend*, & les murs de *Cloiſon*.

On donne le nom de murs de face à ceux qui renferment tout le Bâtiment; & celuy de murs de refend à ceux qui ſeparent les Eſcaliers d'avec les appartemens ou quelquefois les appartemens les uns d'avec les autres; Enfin les murs compoſés de Charpente & de Maçonnerie s'appellent murs de Cloiſon, l'uſage de ces derniers eſt de ſeparer les appartemens les uns d'avec les autres, en

marquant

marquant pourtant qu'il n'y a pas toûjours des murs de Cloison dans un Bâtiment.

Ces Differentes sortes de murs se mesurent à la toise quarrée, sans avoir égard à leur épaisseur tant dans la fondation qu'au dessus du rez de chaussée ; Parce qu'il est d'ordinaire porté dans le devis ou dans le marché qu'ils auront tant d'épaisseur en fondation, tant à la retraitte du rez de chaussée, & enfin tant au dessus de l'Entablement.

On les toise aussi les uns & les autres comme pleins, c'est à dire sans en soustraire la maçonnerie que devroit occuper le vuide des portes & des fenêtres, amoins qu'il ne soit porté par le marché de les toiser autrement ; Car pour lors ayant mesuré le tout comme plein, on ôte du produit ce à quoy pourroit monter la maçonnerie de ces ouvertures qu'on toise à part. Or la raison pour laquelle on ne deduit trés souvent point les *Bayes* ou vuides des portes & des fenêtres vient de ce que les *Chambranles*, c'est à dire les chassis de ces ouvertures étant de pierre de taille ou de bois maçonné par dessus, encherissent l'ouvrage.

Tout ce que j'ai dit jusques icy touchant les murs étant supposé, si on nous propose de trouver le contenu de la maçonnerie d'un corps de Cazerne tel que le marqué *EFGH*. qui en represente le Plan & *ABD*. le Profil. On multiplie en premier lieu la longueur *GH*. de l'un de ses murs de face *IH*. par la hauteur *BC*. prise au Profil dépuis le madrier qui est sous la fondation, jusques au dessus de l'entablement, & l'on en double le produit, afin d'avoir aussi le mur de face *FK*. qui est égal à son opposé. Cela étant fait on multiplie la longueur *KL*. par la même hauteur *BC*. afin d'avoir la valeur du mur *KM*. *Planche 26. Figures. 2. & 3.*

d'un des bouts & l'on en double le produit pour avoir aussi son égal & opposé *N I.* De sorte qu'ajoûtant ces quantitez particulieres en une seule, on aura ce que contiennent les quatre principaux murs. Ou bien ce qui est la même chose, ajoutez le pourtour exterieur *E F G H.* du corps de Cazerne avec l'interieur *O N P M.* prenez la moitié de leur produit que vous multiplierez par la même hauteur *B C.* & il vous viendra la même quantité que cy-devant.

Je sçay que la fondation des murs de face se reduit quelquefois à la toise cube. Mais cela ne se fait que quand le marché le porte précisément. On remarquera une fois pour toutes qu'au toisé des Bâtiments qu'on fait dans les forteresses on ne donne rien pour les corniches, ni les plinthes, ni les autes moulures qui se font aux murs; mais on paye à part à l'entrepreneur les bornes qu'on met au bas des piedroits des portes, ou aux angles d'un Bâtiment.

Lors que les murs d'un même Bâtiment sont de differente hauteur ce qui arrive quand le terrein n'est pas également bon, & qu'on est obligé de fonder plus bas en certains endroits qu'en d'autres, on cherche une hauteur commune à ces differentes hauteurs.

Remarque.

J'ai veu des personnes qui ne faisoient que multiplier le pourtour exterieur d'un corps de Cazerne, par sa hauteur prise comme je l'ai dit, mais la pratique en est mauvaise, car par ce moyen on donne trop à l'entrepreneur, à cause qu'on toise huit fois la partie M H. au lieu que de la maniere que je l'ai expli-
qué

qué on ne la mesure que quatre fois, qui est justement ce qu'il faut.

Ceux qui ne multiplient que le contour interieur O N P M. par la hauteur B C. donnent moins qu'il ne faut à l'entrepreneur.

Les murs de refend tels que le marqué *Q R.* se toisent de la même maniere que ceux de face, c'est à dire en multipliant leur longueur par leur hauteur qui doit être égale à celle des murs de face, si ce n'est d'environ trois ou quatre piés, parce que les murs de refend finissent, sous le plancher le plus élevé, & que les murs de face s'élêvent davantage pour porter la Charpente du comble.

Je sçay que suivant les vs & coûtumes de Paris les murs de refend, ceux de Cloison, & plusieurs autres ouvrages de maçonnerie, sont mesurez de façon qu'il en faut une certaine quantité de toises, pour composer une toise de mur de face; Mais dans les Bâtimens que le Roy fait construire dans les Forteresses, on toise châque espece de mur separément, parce que les prix en sont differents.

Les murs de Cloison se toisent aussi en multipliant leur longueur par leur hauteur, qui est d'ordinaire celle d'entre deux planchers, & cela sans avoir égard à la charpente qui y est comprise que l'on toise encore à part au charpentier ou à l'entrepreneur qui la fournit.

TOISE' DES ESCALIERS.

Comme j'ai enseigné dans le Livre precédant la maniere dont on devoit toiser les Escaliers de Charpente, il me reste à dire de quelle façon on toise ceux qui sont de

pierre de taille ou d'autre maçonnerie, dont pourtant on voit peu d'exemples dans les Bâtimens des Cazernes, à cause non seulement du trop de dépense, mais parce que cela charge excessivement les murs de refend ou d'échiffre qui les portent. La maniere de les toiser est celle cy. Menez un cordeau par le milieu superieur des marches & des Paillers depuis le haut de l'Escalier jusqu'enbas, en observant que ce cordeau contourne bien le dessus & le devant de chaque marche, ce sera la longueur de cet Escalier que vous multiplierés par la longueur particuliere d'une marche encas qu'elles soient toutes égales, le produit de cette multiplication sera le contenu de l'Escalier. Mais si les marches sont inégales, cherchez une longueur qui leur puisse être commune, soit en ajoûtant toutes celles d'une rampe que vous diviserés par la quantité de marches qu'il y a dans cette rampe, soit en prenant la longueur de la marche du milieu, soit enfin autrement.

TOISÉ DE LA MAÇONNERIE DES PLANCHERS.

La plûpart des Planchers des Cazernes & des autres Bâtimens, qu'on fait dans les places frontieres sont de maçonnerie, à petites voutes sur Poutrelles de cinq pieds. On toise ces ouvrages comme les murs de cloison, ou de clôture, ou de refend, c'est à dire à la toise quarrée, non compris la charpente des Poutrelles qu'on mesure à part de la maniere que je l'ai enseigné au Livre precedent. Or comme le mesurage de ces planchers n'est regardé que comme des superficies, je crois avoir traitté cette matiere assés à fonds dans le cinquième Livre.

L'on

L'on remarquera seulement que le Carrelage, ou le Boisage se toise encore à part, mais que le *foyer* ne se separe point du Carrelage.

TOISE' D'VNE CHEMINE'E.

Lors qu'une Cheminée est simple c'est à dire qu'elle n'a qu'un *Tuyau*, on toise ce Tuyau en multipliant sa hauteur prise depuis son sommet, jusqu'au dessous du Plancher ou finit le *Manteau*, ou la *Hotte*, par le pourtour de ce même Tuyau pris quarrément & duquel on a rabattu l'épaisseur de quatre *Languettes*, remarquant qu'on n'ajoûte rien pour les ornemens qu'on fait au haut desdites Cheminées, au contraire des vs & coûtumes de Paris.

Mais quand une cheminée est composée de plusieurs Tuyaux on l'apelle *Souche*, & on la toise de même façon que la precedante; en ajoûtant les Languettes qui separent les Tuyaux au pourtour de la Souche; de laquelle on a premierement ôté l'épaisseur des quatre Languettes. L'on pratique la même chose à châque étage, en rabattant la valeur d'un Tuyau que l'étage superieur a par dessus l'inferieur.

Le Manteau d'une Cheminée y compris les *Jambages* se toise, en multipliant sa hauteur prise entre les deux Planchers, par son pourtour pris au milieu, du produit dequoy on rabat la baye ou gorge de la Cheminée.

Si le Manteau de la Cheminée est fait en hotte, on le toisera en ajoûtant son contour pris sous le Plancher superieur, avec celuy de la piece de bois qui soutient la hotte, dont on prendra la moitié, qu'on multipliera par la hauteur de cette hotte prise suivant son talus; au produit dequoy on ajoutera le Chambranle de la Cheminée,

remarquant qu'il ne faut point toiser les moulures qui se font sur les Cheminées des Cazernes, car lors qu'on en fait faire de propres dans les appartemens des Officiers de l'état Major ou en quelqu'autre endroit, l'on fait marché à la piece soit avec l'entrepreneur soit avec les maçons.

TOISE' DU LAMBRIS.

Le Lambris dont on se sert aux Bâtimens des places, ne consiste qu'en des Planches de bois de Sapin rabottées d'un côté, & dont les joints sont recouverts avec des liteaux aussi poussez au rabot. Or comme ces ouvrages se mesurent à la toise quarrée & qu'ainsi ils ne sont considerez que sur le pié de superficie, on n'a qu'à voir le cinquiême Livre dans lequel j'ai expliqué cette sorte de mesurage, d'une maniere à laquelle il n'y a rien à ajouter.

Le Pavé, les Planchers de bois, le Recrepissage, & plusieurs autres ouvrages se mesurent de la même façon.

TOISE' DES COUVERTURES.

L'on voit fort peu de Bâtimens de ceux que l'on construit dans les places frontieres pour le service du Roy, qui soient couverts d'autre matiere que de Tuile; Mais quand ils le seroient d'ardoise ou d'autre chose cela ne feroit rien au sujet que je traite icy, puis que je n'entre pas dans le détail du prix des differens ouvrages, qui change non seulement selon la diversité de la matiere, mais encore suivant le temps qu'on fait travailler & les lieux ou l'on travaille.

Toutes les couvertures se mesurant à la toise quarrée on n'a

on n'a qu'à observer que les Toits sont à Pan simple, avec des Pignons aux bouts, ou en Croupe, c'est à dire coupez à ces mêmes bouts, ou enfin à la Mansarde. Or dans tous ces cas les parties d'une Couverture sont ou des Quarrés longs, ou des Triangles, ou des Trapezes, & souvent composées de toutes ces sortes de figures ensemble, ainsi comme j'ai donné dans le cinquiême Livte la mesure exacte de toutes sortes de superficies, on y aura recours pour le toisé des Toits, remarquant qu'on ne soustrait point le vuide des Lucarnes, parceque leur couverture l'équivale, on n'ote pas non plus le vuide du passage des tuyaux de Cheminée.

TOISE' DES MVRS DE CLOTVRE.

Ces sortes de Murs sont d'ordinaire destinés pour entourrer les Magazins à poudre, les Arcenaux, les Jardins des officiers de l'état Major, de même qu'à fermer les Gorges des ouvrages détachez du corps de la place. On les toise en multipliant leur longueur moyenne *ABCD.* c'est à dire prise au milieu de l'épaisseur, par leur hauteur *EG.* prise depuis le bord d'enbas de la fondation jusques au sommet du Chaperon, remarquant que les murs de Cloture qui servent à fermer l'entrée des ouvrages detachés, étant élevez au dessus du Cordon des gros murs, ne doivent pas être confondus avec ces gros murs, parce que les derniers se reduisent à la toise cube, & les autres à la toise quarrée; Pource qui concerne les canonnieres ou petites embrasures qu'on pratique dans ces murs pour se defendre contre les surprises, on n'ôte rien pour cela.

Planche 26. Figur. 4.

TOISE'

TOISE' DES PVITS.

Figures 5. 6. & 7. Les murs des Puits soit Circulaires, ou Ovales, ou Polygones se toisent, en ajoûtant leur circonference interieure *H I K L M.* & leur exterieure *N O P R S.* en une quantité de laquelle on prend la moitié, qu'on multiplie par la hauteur de ce mur prise depuis le dessus du *Roüet.* de charpente qu'on met sous la fondation, jusques au bord d'en haut de la *Mardelle*, c'est à dire de la pierre de taille ou autre maçonnerie qui couvre le haut du mur du Puits, remarquant que la pierre de taille, qu'on met dans la fondation sur le roüet non plus que celle de la Mardelle ne se toise point separément, amoins qu'il ne soit porté par la marché de le faire.

DES PORTES ET DES GVERITES.

Ces sortes d'ouvrages non plus que les trophées d'armes qu'on met sur les frontons, ni les armoiries qu'on place au dessous des guerites sur l'arête d'un angle flanqué, ne se toisent point, on les donne à prix fait suivant les desseins que le Directeur ou l'Ingenieur approuvent, de sorte que les espaces que les portes occupent doivent être deduits à l'entrepreneur sur le toisé de tout le revêtissement.

Remarque.

Les Batardeaux de charpente, les Ponts dormans, les Ponts levis avec leurs bascules, les Barrieres, tant de l'entrée des portes, que des chemins Couverts, les Herses, ou les Orgues, & enfin tous les autres ouvrages de bois travaillé, se reduisant au cent de solives, on observera pour les toiser le même ordre que l'on a gardé au toisé de la charpente d'un Pont dans la page 230.

TOISE'

TOISE' DES VOUTES.

On trouve rarement des Voutes à tiers-point dans la maçonnerie des ouvrages d'une fortification, excepté aux magazins à poudre, elles sont au contraire presque toûjours à plein cintre, ou surbaissées.

Les Voutes à plein cintre, ont pour arc un demy cercle, c'est à dire que la flèche est égale à la moitié de la corde, & les voutes surbaissées qu'on appelle voutes à anses de panier, sont celles dont la flèche est moins longue que la moitié de la corde. Or pour toiser une voute soit à plein cintre ou surbaissée, on multiplie la valeur de son arc A C B. par la longueur D E. de cette voute, c'est à dire par la distance qu'il y a depuis l'entrée jusques au fonds prise de milieu en milieu, au produit dequoy on ajoûte le tiers de la multiplication pour les *Reins* de la voute, qui est cette partie de la maçonnerie portant sur les Piedroits ou *Impostes*, ce qui suppose que la voute se mesure à la toise quarrée, car lors qu'on la veut mesurer à la toise cube on s'y prend d'une autre façon, ainsi que je le diray en son lieu. *Planche 26. Fig. 8.*

La valeur de l'arc d'une voute soit à plein cintre ou surbaissée se trouve de la maniere que je l'ai enseigné au second cas du Problême 18. ou au second cas du Problême 79. par ou l'on voit qu'il est trés aisé de toiser une voute, quoy que pourtant plusieurs personnes s'imaginent qu'il y a de grandes difficultez, ce qui ne peut provenir que du peu de connoissance qu'ils ont des principes du mesurage.

Si la voute aloit en biaisant, c'est à dire qu'elle ne fut pas perpendiculaire sur la face, mais pourtant entre deux murs paralleles entr'eux, ainsi que l'est la marquée F G. l'on auroit la corde de l'arc de cette voute, en tirant une ligne H I. perpendiculaire aux deux murs; & c'est par le moyen de cette ligne ou corde qu'on trouveroit la valeur de l'arc du cintre, avec lequel on multiplieroit la longueur K L. prise au milieu. *Fig. 9.*

Que si une voute n'étoit pas d'égale largeur dans toute son étenduë, mais qu'elle allât en diminuant vers l'un de ses bouts, ainsi que celle qui

 est

Planche 26. Figur. 10. est marquée M N. on ajoûteroit les circonferences des Arcs de ces deux bouts en une quantité, de laquelle on multiplieroit la moitié de la longueur O P. de la voute prise dans le milieu ; ou bien la moitié des deux arcs joints ensemble, par toute la longueur.

Figur. 11. Si la voute étoit non seulement plus étroite à l'un de ses bouts qu'à l'autre, mais qu'il arrivât que les murs des côtez ne fussent pas égaux, ainsi qu'on voit à l'exemple Q R. Il faudroit prendre la distance S T. qu'il y a d'un milieu de mur à l'autre, afin de trouver la corde de l'arc du cintre de cette voute, ensuite dequoy on multiplieroit cet arc par la longueur V X. de la voute prise de milieu en milieu.

Figur. 12. La mesure des voutes à tiers point, n'est pas plus difficile que la mesure de celles que je viens d'expliquer, car il ne faut que chercher la valeur des deux Arcs 2. 3. 4. & 4. 5. 6. de la maniere que je l'ai enseigné au second cas du Problême 18. ou au second cas du Problême 79. & joindre la valeur de ces deux arcs en une quantité, qu'on multiplie par la longueur de la voute prise de milieu en milieu.

Figur. 12. Enfin quand on veut reduire la maçonnerie des voutes à la toise cube, comme cela se pratique presque toûjours à celles qui se font dans la fortification, on n'y trouve pas plus de difficulté qu'aux autres, puis qu'on les toise comme pleines, du produit dequoy on ôte le vuide; Ainsi par exemple voulant sçavoir quel est le contenu en toises cubes de la voute à tiers point 8. 10. je multiplie la superficie de sa face entiere 7. 8. 9. 10. par sa longueur entiere, aprés quoy je cherche le solide du vuide, en multipliant le Profil 2. 3. 4. 5 6. de ce vuide par la même longueur entiere & j'ôte ce dernier produit de l'autre, le restant est le solide cherché. Comme toute la difficulté de cette operation consiste à trouver la superficie de la portion de ce Profil, on aura recours à ce que j'en ai dit dans l'un des cas du 80. Problême, principalement au 4. comme le plus facile.

Je ne dis rien des autres especes de voutes, parce qu'elles sont rarement en usage dans la fortification, outre que ce que j'ai expliqué dans les précedantes est plus que suffisant pour venir à la connoissance des autres.

TOISÉ

TOISE' D'VN MAGAZIN A POVDRE.

L'on commence ce toisé par les murs de fondation, c'est à dire par la maçonnerie comprise entre les madriers qu'on met dessous cette fondation, & la retraite du rez dechaussée, ce qui s'exécute de la maniere suivante.

Trouvés la superficie d'un des murs de côté tel que GL. laquelle est icy de 15. toiſ. 0. pi. 8. pou. doublez la pour avoir aussi celle de l'autre mur de côté MQ. ce sera 30. toiſ. 1. pi. 4. pou. pour les deux. Ajoûtez à ce produit la superficie des murs du fonds & de la face KP, & HN. laquelle étant icy pour chacun 2. toiſ. 4. pi. sera pour les deux 5. toiſ. 2. pi. toutes ces superficies étant jointes ensemble font 35. toiſ. 3. pi. 4. pouc. lesquelles étant multipliées par la profondeur AB. de la fondation qui a dans cet exemple une toise, produit un tout de 35. toises 3. piés 4. pouces pour le solide entier des quatre murs de fondation. *Planche 27. Figur. 1. & 2.*

En second lieu, multipliez la même superficie des murs (de laquelle vous ôterez auparavant la saillie des retraites exterieure & interieure qu'on laisse sur le rez de chaussée) par la hauteur DR. du mur prise depuis le dessus de la retraite jusques à la naissance de la voute, laquelle doit être de niveau avec le dessus de l'entablement. Ce second toisé se doit faire sans avoir égard à la saillie de la corniche pour laquelle on ne compte d'ordinaire rien, & l'on destalque le vuide de la porte à moins qu'il ne soit porté autrement par le marché.

En troisiéme lieu, toisez les murs des Pignons de la face & du fonds; ce qui se fait en multipliant la ligne ST. par la ligne VX. afin d'avoir la superficie des deux murs de pignon tout d'un coup; & remultipliez cette superficie par leur épaisseur, qui est la même que celle du mur de face de laquelle on aura soustrait la saillie des retraites; Il vous viendra le solide de ces murs de pignon, duquel vous ôterez le contenu du vuide des deux fenêtres, à moins qu'il ne soit porté autrement dans le marché. *Fig. 3.*

La Maçonnerie de la couverture comprise entre les deux murs des pignons se toise, en multipliant le trapeze RYZ2. duquel on ôtera auparavant ce que contient la portion de cercle R52. par la longueur interieure IK, du magazin à poudre, car doublant ce produit *Figur. 1. & 2.*

duit on aura toute la couverture. Or la superficie de la portion de cercle R 5. 2. se trouve de la maniere que je l'ai enseigné à l'un des cas du 80. Problême.

Pour ce qui est des Contreforts comme ils ont dans cet exemple quatre piés de saillie sur six de large, & 13. piés 6. pouces de hauteur 6.7. prise au milieu, c'est pour la solidité de chacun une toise & demy, & pour les huit qui sont à ce magazin il y a douze toises cubes; de sorte qu'ajoutant les toisés particuliers de la fondation, des murs des côtez & des bouts, de même que des murs des pignons, de la couverture voutée, & des contreforts, on aura le solide de toute la maçonnerie du magazin à poudre.

AVTREMENT.

Ayant trouvé le solide de la fondation, de la maniere que je l'ai dit au commencement de l'article précedant; je voudrois chercher le solide du magazin entier comme s'il étoit plein, ce qui se fait en multipliant la superficie pentagonale X S 8 9 T. de l'un de ses bouts prise en dehors sur le mur de face, par la longueur entiere H L. de ce magazin (de laquelle on soustrairoit seulement la saillie de la retraite des deux bouts) & de ce tout j'en ôterois le vuide renfermé entre les murs du magazin, lequel vuide se trouve en multipliant la superficie 2. R D E 3. de son profil par sa longueur interieure I K. aprés quoy j'ajoûterois à ce dernier produit le solide des contreforts, qu'on toisera comme je l'ai dit. Enfin j'en soustrairois le vuide de la porte & des fenêtres, amoins qu'il ne fut specifié autrement dans le marché.

Planche 27. Figur. 1. & 3.

La Charpente qu'on employe à la couverture, au plancher, & aux chantiers pour porter les barils de poudre, se toise de la maniere que je l'ai dit au livre précedant, ce qui fait qu'on y pourra avoir recours.

TOISE' D'VN SOVSTERREIN.

Si on a bien compris ce que je viens de dire au toisé d'un Magazin à poudre, il sera aisé de mesurer un Soûterrein, puis qu'il faut

faut obſerver le même ordre. Je donne pour exemple le toiſé d'un des Soûterreins qui ſont d[ans] la Citadelle de Strasbourg, qu'on peut aſſeurer être les plus beaux qui ſoient dans l'Europe ayant trente cinq toiſes de long dans œuvre & chacun trois ſales de quatre toiſes de large, & au deſſus de leurs voutes de bons Cavaliers qui les mettent hors de la crainte des Bombes, de quelle groſſeur qu'elles puiſſent être.

Aprés avoir trouvé le ſolide des Murs de fondation ce qui ſe fait en ajoûtant leurs ſuperficies ſuperieures A B.. B E.. D C.. C F.. G H.. I K... en une quantité qu'on multiplie par la hauteur L M. de cette fondation. Il faut chercher le ſolide du reſte de la maçonnerie du Soûterrein, ce qui ſe fait en multipliant la ſuperficie entiere N O P L Q R S T V X. du Profil par la longueur F B. de laquelle on ſouſtrairoit au paravant la retraite du dehors du mur, & de ce tout en ôter le Vuide des trois ſales qu'on trouve en multipliant la ſuperficie du Profil de l'une d'elles marqué icy Y Z 2 3. par la longueur F 4. priſe dans œuvre, & dont on triple le produit. *Planche 27. Figur. 4. & 5.*

Pour ce qui eſt du mur de face dont la baſe eſt A 5. de laquelle on auroit ôté la retraite; On le toiſe de la façon, que je l'ai expliqué dans la page 251. à cauſe qu'il a du talus.

Enfin on toiſe le ſolide des Contreforts qu'on ajoûte au tout, duquel on ſouſtrait le vuide des portes.

TOISE' D'VNE REDOVTE.

Les Redoutes ſont ou de terre ou de maçonnerie. Leur figure eſt ordinairement quarrée avec des angles recoupez afin qu'elles ſe ſoutiennent mieux, j'ai dit quelles ſont ordinairement quarrées parce qu'il y en a de diverſes autres figures, comme on le verra dans ma fortification.

Lors qu'une Redoute eſt de terre on ne toiſe ni le Parapet, ni la Banquette, ni le Rampart, ni enfin le Glacis, à moins que ce ne ſoit pour la razer; Car les terres de toutes ces parties ſe tirant du foſſé qui envelope cette Redoute, il n'y a qu'à le meſurer de la maniere que je l'ai enſeigné au toiſé des ouvrages qui ont du talus. *Figur. 6. & 7.*

Si la Redoute eſt de maçonnerie on la meſure à la toiſe cube

 à moins

à moins que le marché ne le porte autrement; Ce qui s'execute en multipliant en premier lieu le Profil de la fondation, c'est à dire le Rectangle A B. par la ligne C D E G. prise au milieu de cette fondation, car le produit en donne le solide.

En second lieu on toise la partie du mur comprise entre le dessus de la retraite de fondation & celle qu'on laisse au rez de chaussée, ce qui se fait en multipliant la superficie du Rectangle, H I. par la ligne prise au milieu de la face superieure de ce Rectangle à quoy on ajoûtera le solide de son talus duquel le triangle H A K. est le profil & qu'on trouve de la maniere que je l'ai dit dans la 251. page.

Planche 27. Figur. 6. & 7.

En troisiême lieu il faut toiser la partie du mur comprise entre la retraite du rés de chaussée & le haut sur lequel porte la sabliere, ce qui se fait en multipliant la superficie du Rectangle L M. par la ligne prise au milieu de la face superieure du mur, auproduit dequoy on ajoûte le solide de son talus dont le Triangle rectangle L H N. est le profil qu'on trouve aussi de la maniere que je l'ai enseigne dans la 251. page. De sorte que faisant une adition de tous ces toisez particuliers, on aura le solide en toises cubes que contient le gros mur de cette Redoute; Car pour la maçonnerie du petit Mur, celle des Planchers, de la Cheminée, & même de la Voute, si on y en fait; comme ces sortes d'ouvrages se mesurent à la toise quarrée on peut avoir recours à ce que j'ai dit dans la maniere de les mesurer. L'on doit aussi observer que le toisé de la charpente étant expliqué à fonds dans le livre précedant, on y doit avoir aussi recours pour celle de cet ouvrage, & à la page 262. pour la couverture.

TOISE' D'VNE ECLVSE.

Sous le nom d'Ecluse j'entends un gros ouvrage de maçonnerie, qu'on fait au travers d'une riviere ou d'un fossé, pour arrêter ou lâcher les eaux suivant le besoin.

Outre la Grille, les Portes, les *Vannes*, les *Radiers*, les Planchers de madriers, & les autres ouvrages de bois, dont le toisé se fait suivant les principes établis dans le livre précedant : Il y a la maçonnerie à mesurer, & c'est ce que je me propose dans cet Article.

Toute la maçonnerie d'une Ecluse consiste en celle dont on

remplit

remplit les Chambres de la Grille, & du Radier, aux *Piles*, & aux *Embranchements*.

La maçonnerie qu'on met dans les Chambres de la Grille, de même que celle des intervales du Radier se reduisant à la toise quarrée, ne doit être considerée que comme superficie, ainsi on aura recours au cinquiême livre & cela sans avoir égard à la charpente, laquelle se toise encore à part.

Mais la maçonnerie des Piles de même que celle des Embranchements se mesurant à la toise cube, il faut un peu descendre dans le détail de ce toisé, pour ne rien laisser qui puisse faire de la peine.

Supposons donc en premier lieu que toutes les Piles qui composent une Ecluse soient égales, comme la pluspart le sont en effet. Si on en mesure une on aura la valeur de toutes, en multipliant son solide par la quantité de Piles qu'il y a au composé de toute l'Ecluse. Or une Pile se toise comme il suit ; Multipliez son Profil tel que le marqué A B C D E F G. ou bien H B C D E F G. par sa longueur telle que D I. le produit de cette multiplication sera le solide de la Pile, à quoy vous ajoûterez celuy des *Avantbecs* dont l'un marqué O K L M. se trouve en multipliant le Triangle K L M. qui luy sert de base, par la hauteur K N. prise depuis sa fondation jusques à la naissance de sa *Cappe* ou *Chappe* (car ces deux termes sont bons) aprés cela vous mesurerez la Cappe O N P Q. en multipliant sa base N P Q. égale au Triangle K L M. par le tiers de sa hauteur O R. de sorte qu'ajoûtant les deux Avantbecs avec la Pile, on aura le solide proposé ; que si on multiplie ce solide par la quantité de Piles qu'il y a à une Ecluse on en aura la maçonnerie totale. *Planche 27. Figur. 8.*

Mais si les Piles n'étoient pas toutes égales, on les toiseroit chacunne separément de la maniere que je viens de dire & on ajoûteroit leurs produits en un.

Comme la Cappe n'a pas toûjours le Profil d'un de ses bouts sur un même plan que le bout de la Pile ; mais qu'au contraire il est recoupé en talus, soit que cette Cappe ait un Angle comme à la Fig. 9. ou arrondie comme à la Fig. 10. le mesurage n'en est pas plus mal aisé puis que dans le premier cas, la Cappe n'est qu'un Prisme recoupé par les deux bouts, & dans le second cas elle est une espece de voute recoupée aussi par les deux bouts,

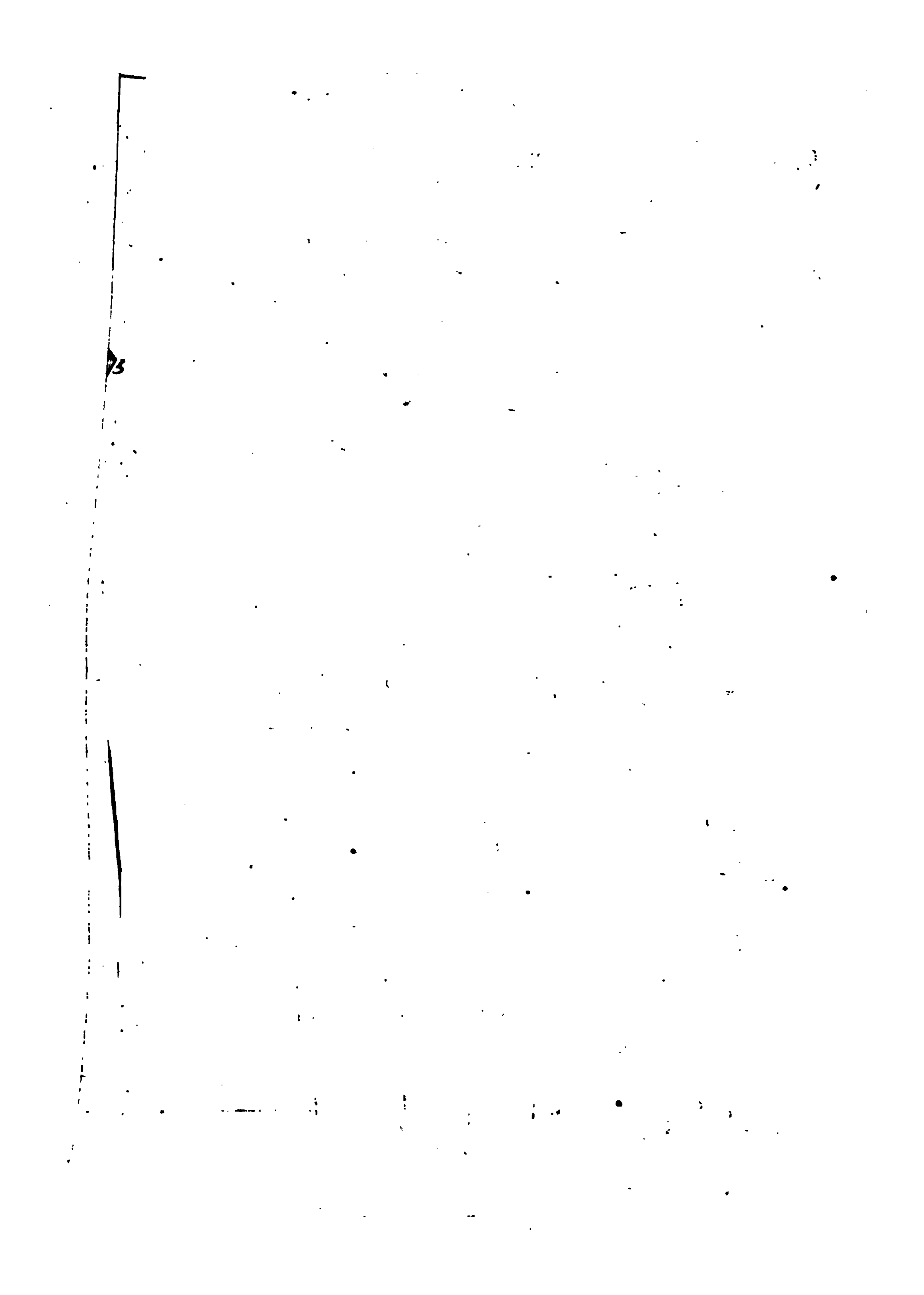
Enfin,

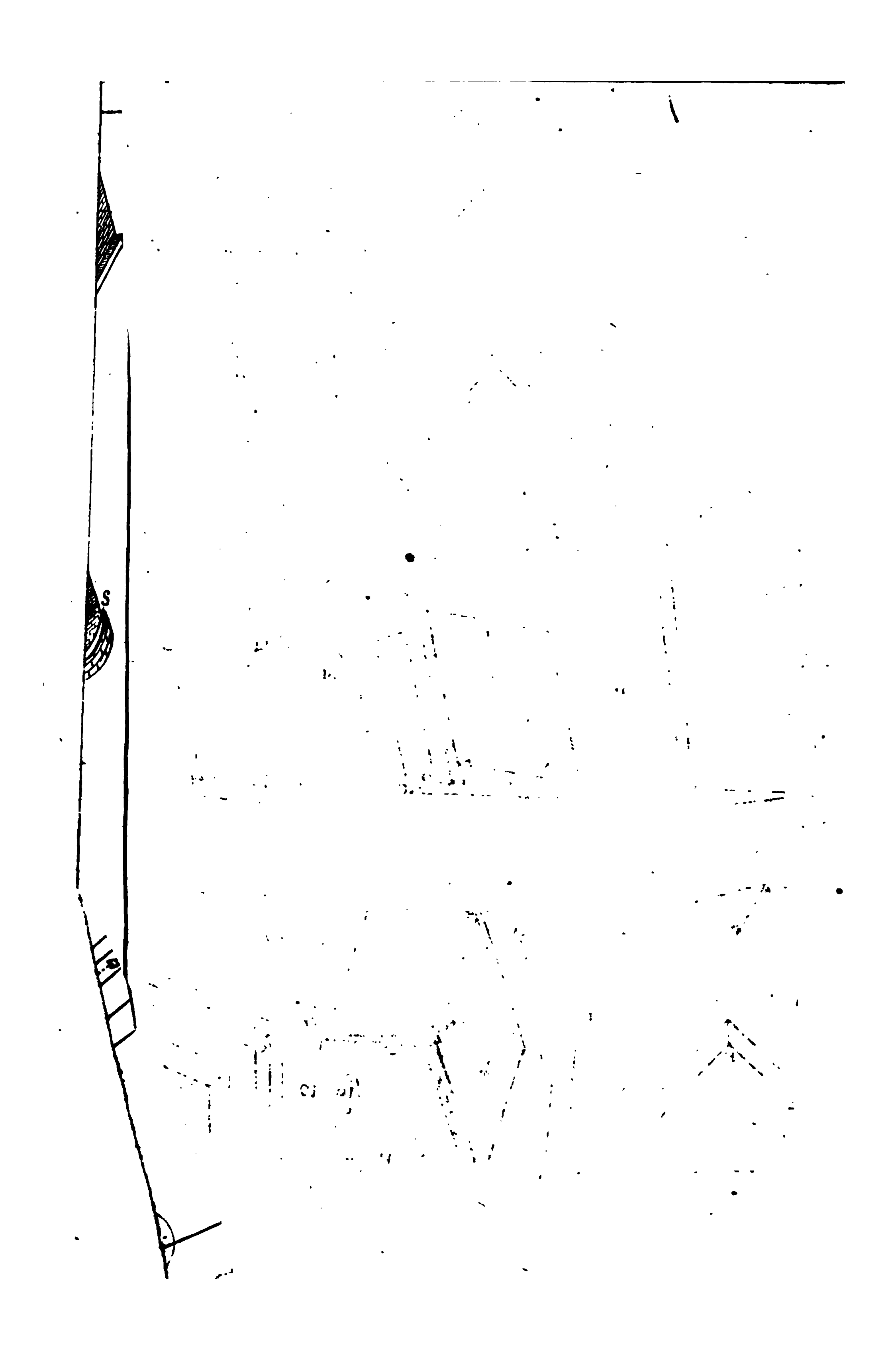
Enfin, l'embranchement se toise en multipliant son Profil marqué S T V X Y. par sa longueur V Z. Il n'importe pas que sa Cappe soit en angle, ou arrondie puis que toute la difficulté de cette proposition consiste, à trouver juste le Profil de l'embranchement. S'il
Figur.11. y a une *Dame* dessus la Cappe, on la toisera separément comme pleine, du produit de laquelle on soustraira la partie de la Cappe qui est comprise dedans.

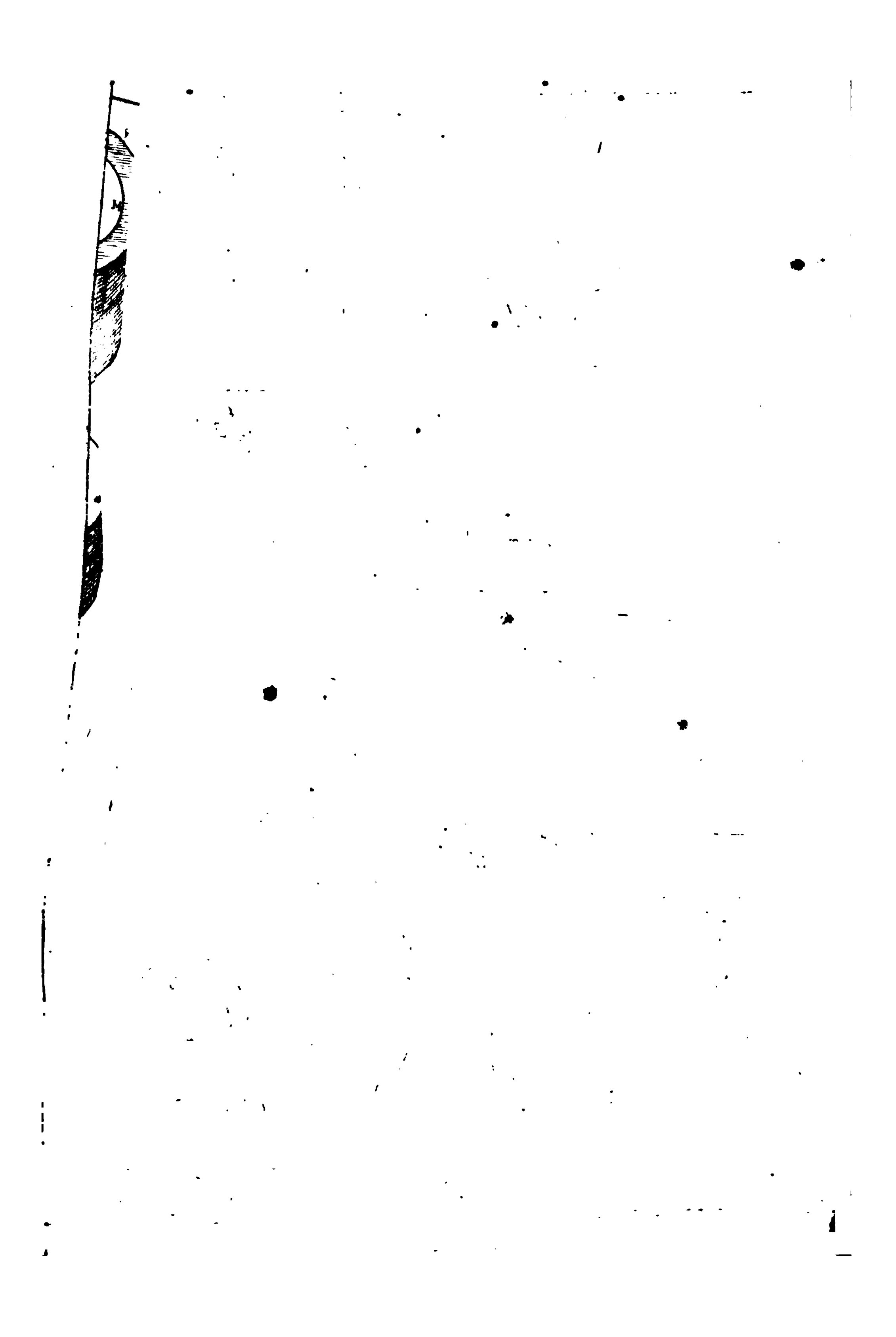
F I N.

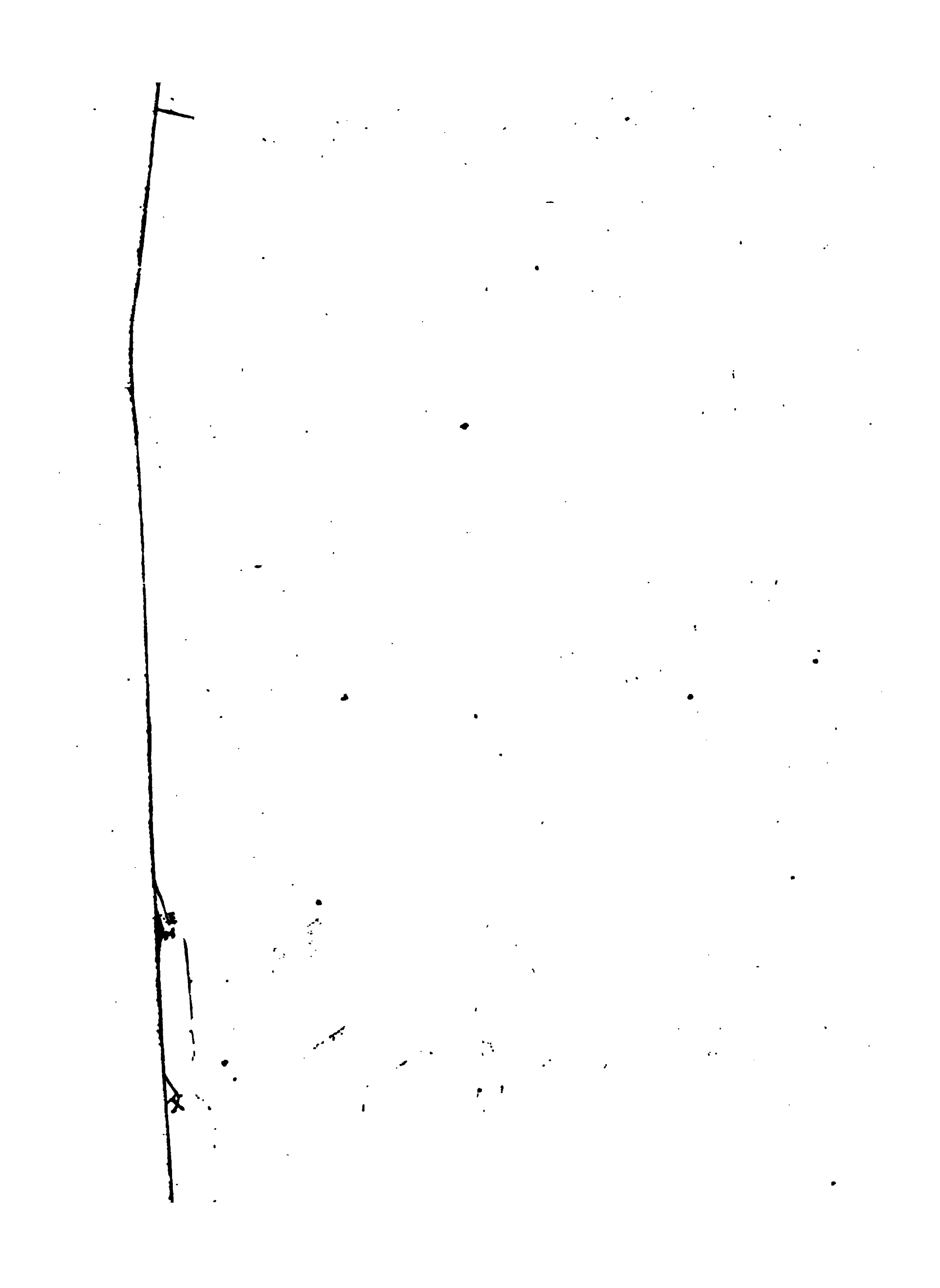
AVIS AU RELIEUR.

On doit avertir icy le Relieur que les Planches 1. 2 3. doivent être placées entre les pages dix huit & dix-neuf. Que les Planches 4.5.6.7.8.9. doivent être placées entre les pages soixante six & soixante sept. Que les Planches 10. 11. 12 doivent être placées entre les pages cent dix & cent onze. Que les Planches 13. 14. doivent être placées entre les pages cent vingt huit & cent vingt neuf. Que la Planche 15. doit être placée entre les pages cent quarante & cent quarante un. Que les Planches 16. 17. 18. doivent être placées entre les pages cent soixante seize & cent soixante dix sept. Que les Planches 19. 20. doivent être placées entre les pages cent quatre vingt seize & cent quatre vingts dix sept. Que les Planches 21. 22. 23. doivent être placées entre les pages deux cents trente deux & deux cents trente trois. Enfin que les Planches 24. 25. 26. 27. doivent être placées à la fin du Livre, c'est à dire à la fin de cette page.









Fautes à Corriger.

La 72. Deffinition qui eſt au commencement de la page 16. eſt inutile & par conſequent la 76. deffinition qui eſt dans la même page 16.

Page 56. Probleme 36. liſez Probleme 39.

Page 63. Lig. derniere G.O.D.E. liſez G.O.D.S.

Page 87. Ligne 17. C.D. liſez A.D.

Page 105. Ligne 24. A & C, liſez A & B

Page 118. Ligne 28. & derniere 6. Pieds liſez 7. Pieds

Page 122. dans la Table des Baiſſements, 9. pouces liſez 2. pouces.

Les autres fautes ſont de nulle conſideration & le Lecteur le moins entendu peut les corriger facilement.

PRIVILEGE DV ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre, à nos amés & feaux Conſeillers les gens tenant nos Cours de Parlements, Maiſtres des Requeſtes ordinaires de noſtre Hoſtel, Prevoſt de Paris, Baillifs, Sene-

Seneſchaux, Lieutenants Civils, & tous autres nos Officiers, ſalut ; Noſtre bien amé LE S[r]. DE CLERMONT l'un de nos Ingenieurs ordinaires, enſeignant les Mathematiques aux Cadets Gentils-hommes à Strasbourg, Nous a fait remontrer qu'il deſireroit ſoubs noſtre permiſſion faire imprimer & donner au Public un Livre intitulé *La Geometrie pratique de l'Ingenieur, ou l'Art de Meſurer*, à l'uſage *des Ingenieurs* des *Toiſeurs*, & des *Arpenteurs*, par luy composé, s'il Nous plaiſt luy accorder nos Lettres ſur ce neceſſaires ; A CES CAUSES, voulant favorablement traitter ledit Expoſant, Nous luy avons permis & accordé, permettons & accordons par ces preſentes, de faire Imprimer ledit Livre cy deſſus, par tel Libraire & Imprimeur & en tel volume, Marge, Charactere & autant de fois que bon luy ſemblera pendant le temps de SIX ANNEES conſecutives, à commencer du jour que ledit Livre ſera achevé d'Imprimer, iceluy vendre & diſtribuer par tout Noſtre Royaume ; faiſons deffences à tous Imprimeurs Libraires & autres, d'Imprimer, faire Imprimer, vendre ni diſtribuer ledit Livre, ſoubs quelque pretexte que ce ſoit

ſoit, meſmes d'Impreſſion etrangere & autrement, ſans le conſentement dudit Expoſant ou de ſes ayant cauſe, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, MILLE LIVRES d'Amande & de tous dépens dommages & Intereſts ; à condition qu'il en ſera mis deux Exemplaires dans noſtre Bibliotheque Publique, un en celle de noſtre Cabinet des Livres de noſtre Chaſteau du Louvre & un en celle de noſtre tres cher & feal Chevalier & Commandeur de nos Ordres le Sieur Boucherat Chancellier de France, comme auſſi de faire imprimer ledit Livre ſur de bon & beau papier & en beaux Characteres, ſuivant les Reglements dela Librairie & Imprimerie, que l'Impreſſion s'en fera dans noſtre Royaume & non ailleurs, & de faire enregiſtrer ces preſentes ſur le Regiſtre dela Communauté des Marchands Libraires & Imprimeurs de Paris ; le tout à peine de nullité des preſentes; du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons faire jouir & uſer ledit Expoſant & ſes ayant cauſe pleinement & paiſiblement, ceſſant & faiſant ceſſer tous troubles & empeſchements contraires. VOULONS qu'en mettant au commence-

